

STRUCTURA ATOMULUI

Cuprins:

- 12.1. Definiția atomului și părțile componente ale acestuia: electronul și nucleul
- 12.2. Modelul “planetar” al atomului (modelul lui Rutherford)
 - 12.2.1. Determinarea unghiului de deviere a unei particule α împrăștiate pe un nucleu
 - 12.2.2. Teoria statistică a împrăstierii particulelor α
 - 12.2.3. Secțiunea eficace pentru difuzia particulelor
 - 12.2.4. Verificarea experimentală a formulei lui Rutherford
 - 12.2.5. Sarcina și dimensiunile nucleului
 - 12.2.6. Neajunsurile modelului planetar al atomului și postulatele lui Bohr
- 12.3. Modelul atomic Bohr
 - 12.3.1. Postulatele lui Bohr
- 12.4. Aplicații și probleme

12.1. Definiția atomului și părțile componente ale acestuia: electronul și nucleul

Inițial atomul, al cărui nume derivă din grecescul *atomos* (*indivizibil*), a fost definit ca limita inferioară a particulelor în care poate fi divizată substanța. La ora actuală însă se știe că atomul este un sistem complex constituit din particule subatomice cum ar fi electronii, protonii și neutronii. În consecință, numim *atom* sistemul fizic cel mai simplu, care este neutru din punct de vedere electric și care este constituit din particule elementare. Numim *particulă elementară* sau *fundamentală* acea particulă care poate fi considerată indivizibilă la un moment dat. Grație construirii unor acceleratoare de particule de mare putere până în prezent au putut fi puse în evidență peste 200 de particule elementare, iar lista rămâne încă deschisă.

În urma numeroaselor experiențe efectuate de-a lungul timpului s-a arătat că atomul este compus dintr-un nucleu pozitiv, format la rândul său din protoni și neutroni, și respectiv electroni.

Electronul este particula fundamentală cu cea mai mică sarcină observată vreodată, considerată unitatea naturală de sarcină și notată cu e . El are o sarcină negativă măsurată a fi egală cu $1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$.

În urma măsurărilor experimentale efectuate s-a stabilit că masa electronului este $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{kg}$.

Protonul, particulă elementară ce intră în componența nucleului atomic, are o sarcină pozitivă egală cu unitatea naturală de sarcină, iar masa de 1840 de ori mai mare decât cea a unui electron, adică $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$. Pentru un atom definim *numărul atomic*, Z , care reprezintă numărul de protoni din nucleu, care, într-o stare neperturbată, este egal cu numărul de electroni din atom.

Neutronul este particula elementară ce intră în componența nucleului atomic neutră din punct de vedere electric și având o masa aproximativ egală cu cea a protonului. Numărul de neutroni din nucleu, notat cu N , se numește *număr neutronic*.

Pentru orice atom se definește *numărul de masă*, A , prin relația $A = Z + N$ și reprezintă numărul total de protoni și neutroni din nucleul atomic. El reprezintă numărul întreg cel mai apropiat de masa atomică reală a speciei respective. O specie nucleară este caracterizată de valori unice pentru Z și A . Un element este definit ca o specie de atomi având același număr atomic, Z . Până în prezent se cunosc 104 elemente (90 găsite în natură și 14 obținute artificial). Unii atomi având numere atomice, Z , identice și numere de masă, A , diferite se numesc *izotopi*. Izotopii deși au mase atomice diferite au proprietăți fizice și chimice asemănătoare. Exemplu: hidrogenul are trei izotopi: protium ${}_1^1\text{H}$, deuteriu (D) ${}_1^2\text{H}$ și tritiu (T) ${}_1^3\text{H}$. Deși există în natură elemente compuse din atomi de un singur fel (monoizotopice) cum ar fi fluorul, sodiul, aluminiul, fosforul, majoritatea elementelor sunt însă amestecuri de izotopi, uneori de mulți izotopi cum ar fi staniul care prezintă 10 izotopi. Asemenea elemente se numesc *elemente mixte*.

Un atom care în urma unui proces oarecare a pierdut unul sau mai mulți electroni formează un *ion pozitiv*. Analog un atom care a câștigat unul sau mai mulți electroni formează un *ion negativ*. Procesul de pierdere sau câștigare de electroni se numește ionizare.

12.2. Modelul “planetar” al atomului (modelul lui Rutherford)

Experiențele efectuate de-a lungul timpului au arătat că atomul, deși neutr din punct de vedere electric, conține atât sarcini electrice negative cât și pozitive. Primele experiențe efectuate asupra unor descărcări în gaze la presiune mică au pus în evidență existența așa numitelor raze catodice. Studiul amănunțit al acestora a condus la următoarele concluzii:

- a) apariția razelor catodice este independentă de natura gazului supus descărcării și de natura materialului din care sunt alcătuiți electrozii;

- b) razele catodice sunt de fapt un flux de particule încărcate negativ, identice cu cele ce apar în efectul fotoelectric sau în cel termoelectric cunoscute sub numele de fascicule de electroni.

Deci electronul este un constituent universal al substanțelor chimice și reprezintă unitatea de sarcină electrică. Oricare ar fi natura lor chimică atomii trebuie să conțină electroni. Pentru a se păstra starea neutră din punct de vedere electric a atomilor, sarcina negativă a electronilor trebuie să fie compensată prin existența unor particule cu sarcină pozitivă.

Dacă ipotezele inițiale asupra structurii atomului presupuneau că sarcinile electrice pozitive și negative se distribuie uniform în interiorul atomului astfel încât acesta să rămână neutru din punct de vedere electric, experiențe de împrăștiere a particulelor α pe foițe subțiri, metalice au condus la necesitatea reconsiderării structurii atomului. Pentru a ține seama de rezultatele experimentale obținute s-a introdus un nou model atomic, numit “planetar” care presupune că atomul este format dintr-un nucleu cu sarcină pozitivă, în care este concentrată practic toată masa atomului, și un înveliș electronic. Primele experiențe de acest tip au fost efectuate de Rutherford în 1911. În experiențele sale, Rutherford a utilizat un fascicul paralel de raze α provenite din dezintegrarea atomilor de radon. Fasciculul de particule α este îndreptat asupra unor foițe metalice foarte subțiri (care absorb cât mai puțin din fascicul) și, cu ajutorul unui detector, se măsoară numărul de particule α împrăștiate sub diferite unghiuri în urma trecerii prin foiță. În marea majoritate a cazurilor se constată că unghiul de împrăștiere este mic; apar însă și particule α împrăștiate sub unghiuri mari, uneori chiar la 180° . Aceasta arată că există o puternică interacțiune de respingere a particulelor α de către sarcinile pozitive din interiorul atomilor materialului din care este constituită foița.

Pe baza acestor constatări experimentale, Rutherford a propus *noul model atomic bazat pe ideea existenței în atom a unui nucleu de sarcini pozitive și a unui înveliș de sarcini negative*. Pornind de la acest model și de la supoziția că forța de respingere exercitată de nucleu asupra particulei α este de tip coulombian, Rutherford își propune să dea o interpretare matematică a unghiurilor de deviație mari obținute experimental în cazul împrăștierii particulelor α pe foițe metalice subțiri. Problema astfel pusă are două părți, una reprezentată de determinarea unghiului de deviere a unei particule α individuale la trecerea prin vecinătatea unui nucleu, iar cea de a doua de rezolvarea problemei statistice a acțiunii tuturor atomilor foiței asupra fluxului de particule α incidente.

12.2.1. Determinarea unghiului de deviere a unei particule α împrăștiate pe un nucleu

Pentru rezolvarea primei probleme să considerăm ciocnirea unei particule α cu nucleul unui atom. Fie v_0 viteza particulei α înainte de ciocnirea cu nucleul, când ea se află practic la o distanță infinit mare de punctul O în care se găsește situat nucleul presupus în repaus (vezi figura 2.1).

Dacă nu ar exista o interacțiune între particulă și nucleu aceasta ar avea o

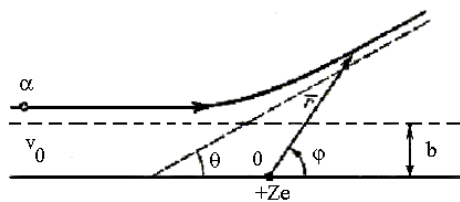


Figura 2.1: Traectoria unei particule α aflate în interacțiune cu un nucleu de sarcină Ze

trajectorie rectilinie trecând la o distanță b de nucleu. Mărimea b se numește *parametru de ciocnire*. Din cauza forței de respingere dintre cele două particule încărcate cu sarcini de același semn, traectoria particulei α va fi modificată; la distanță suficient de mare de nucleu, când practic forța exercitată de acesta asupra particulei α este neglijabilă,

mișcarea ei va fi din nou practic rectilinie, noua trajectorie făcând unghiul θ cu traectoria pe care ar fi avut-o particula în absența interacțiunii. Spunem că particula a suferit o deviație cu un unghi θ ce trebuie determinat.

Pentru a găsi soluția ecuației de mișcare a particulei α cu sarcina electrică $+2e$ în câmpul unui nucleu cu sarcina $+Ze$ Rutherford a pornit de la următoarele ipoteze:

- masa nucleului poate fi considerată practic infinită, ea fiind la majoritatea elementelor mult mai mare ca masa m a particulei α . Din această cauză nucleul poate fi considerat imobil în timpul interacțiunii sale cu particula α ;
- forța de interacțiune dintre particulă și nucleu se datorează sarcinilor electrice și este de tip coulombian. În acest caz, energia potențială a interacțiunii este:

$$U = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (2.1)$$

Considerând coordonatele polare (r, φ) , legile conservării energiei și a momentului cinetic în cazul interacțiunii particulei α cu nucleul se scriu:

$$\frac{m}{2}(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2) + 2\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} = E \quad (2.2)$$

$$mr^2 \dot{\varphi} = L \quad (2.3)$$

în care E și L sunt constante. Trecând de la derivata în raport cu timpul la cea în raport cu unghiul φ și ținând cont de expresia lui $\dot{\varphi}$ din ecuația (2.3), $\dot{r}$ se scrie:

$$\dot{r} = \frac{dr}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \frac{L}{mr^2} \frac{dr}{d\varphi} \quad (2.4)$$

Eliminând pe $\dot{r}$ și $\dot{\varphi}$ din ecuația (2.2) cu ajutorul ecuațiilor (2.3) și (2.4) obținem:

$$\frac{m}{2} \left\{ \frac{L^2}{m^2 r^4} \left(\frac{dr}{d\varphi} \right)^2 + \frac{L^2}{m^2 r^2} \right\} = E - \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

sau, după mici transformări,

$$\frac{1}{r^4} \left(\frac{dr}{d\varphi} \right)^2 = \frac{2mE}{L^2} - \frac{4mZe^2}{4\pi\epsilon_0 L^2} \cdot \frac{1}{r} - \frac{1}{r^2} \quad (2.5)$$

Realizând schimbarea de variabilă $\rho = \frac{1}{r}$ și ținând cont că

$\frac{d\rho}{d\varphi} = -\frac{1}{r^2} \frac{dr}{d\varphi}$ ecuația (2.5) devine:

$$\left(\frac{d\rho}{d\varphi} \right)^2 = \frac{2mE}{L^2} - \frac{4mZe^2}{4\pi\epsilon_0 L^2} \rho - \rho^2 \quad (2.6)$$

Pentru integrarea ecuației (2.6) este comod să o mai derivăm o dată în raport cu φ :

$$2 \frac{d\rho}{d\varphi} \cdot \frac{d^2\rho}{d\varphi^2} = -\frac{4mZe^2}{4\pi\epsilon_0 L^2} \frac{d\rho}{d\varphi} - 2\rho \frac{d\rho}{d\varphi}.$$

Această ecuație se mai scrie sub forma:

$$\frac{d\rho}{d\varphi} \left(\frac{d^2\rho}{d\varphi^2} + \rho + \frac{2mZe^2}{4\pi\epsilon_0 L^2} \right) = 0$$

Deoarece în general $\frac{d\rho}{d\varphi} \neq 0$, pentru ca această ecuație să fie valabilă

trebuie ca termenul din paranteză să fie nul. Astfel obținem pentru ρ următoarea ecuație diferențială liniară, neomogenă, de ordinul doi:

$$\frac{d^2\rho}{d\varphi^2} + \rho = -\frac{2mZe^2}{4\pi\epsilon_0 L^2} \quad (2.7)$$

Integrala generală a acestei ecuații este egală, după cum se știe, cu integrala generală a ecuației omogene plus o soluție particulară a ecuației neomogene. Se observă imediat că soluția ecuației omogene

$$\frac{d^2 \rho}{d\varphi^2} + \rho = 0$$

este

$$\rho_1 = A \cos \varphi + B \sin \varphi$$

în care A și B sunt constante arbitrare care se determină din condițiile inițiale, iar soluția particulară a ecuației neomogene se alege a fi

$$\rho_2 = -\frac{2mZe^2}{L^2}$$

Așadar soluția ecuației (2.7) este de forma

$$\rho = \rho_1 + \rho_2 = A \cos \varphi + B \sin \varphi - \frac{2mZe^2}{4\pi\epsilon_0 L^2} \quad (2.8)$$

Pentru determinarea constantelor A și B vom folosi condițiile inițiale. Așa cum se vede din figura 2.1, pentru $\varphi = \pi$, $r \rightarrow \infty$ și deci $\rho = 0$. Substituind în ecuația (2.8) obținem:

$$A = -\frac{2mZe^2}{4\pi\epsilon_0 L^2} \quad (2.9)$$

A doua condiție se obține pornind de la relația evidentă ce caracterizează ordonata oricărui punct pe traiectorie, $y = r \sin \varphi$ din care obținem

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{r \sin \varphi} = \frac{\rho}{\sin \varphi}$$

Folosind relațiile (2.8) și (2.9) obținem:

$$\frac{1}{y} = -\frac{2mZe^2}{L^2} \cdot \frac{1 + \cos \varphi}{\sin \varphi} + B.$$

Pentru $\varphi = \pi$, ordonata y este egală cu parametrul de ciocnire b , iar primul termen din membrul doi se anulează. Obținem așadar $B = \frac{1}{b}$ iar soluția ecuației (2.7) ia forma definitivă:

$$\rho = \frac{1}{r} = \frac{1}{b} \sin \varphi - \frac{2mZe^2}{4\pi\epsilon_0 L^2} (1 + \cos \varphi) \quad (2.10)$$

Din figura 2.1 se observă că θ este valoarea unghiului φ când $r \rightarrow \infty$. Prin urmare punând $r \rightarrow \infty$, $\rho \rightarrow 0$, iar din ecuația (2.10) obținem pentru θ următoarea expresie:

$$\operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} = \frac{4\pi\epsilon_0 L^2}{2mZe^2 b} = \frac{4\pi\epsilon_0 m v^2 b}{2Ze^2} \quad (2.11)$$

în care am ținut cont de expresia momentului cinetic $L = m v b$, v reprezentând viteza particulei α . Cu aceasta am obținut soluția problemei

noastre: găsirea unghiului cu care este deviată particula α în câmpul coulombian al nucleului atomic.

Observație: Din ecuația (2.11) se observă că unghiul de deviere este cu atât mai mare cu cât sarcina nucleului este mai mare, cu cât viteza particulei α , v , este mai mică și cu cât particula va trece mai aproape de nucleu (b mic).

12.2.2. Teoria statistică a împrăstierii particulelor α

Dacă avem un fascicul monoenergetic de particule care trec prin vecinătatea unui nucleu, ele vor fi deviate într-o măsură mai mare sau mai mică în funcție de parametrul lor de ciocnire, parametru imposibil de măsurat din punct de vedere experimental. Din această cauză ar fi inutil să încercăm verificarea experimentală a formulei (2.11). Totuși, putem pune această formulă la baza unei teorii statistice care ne va da o expresie a secțiunii eficace de difuzie în funcție de parametrii accesibili unei determinări experimentale. La baza unei astfel de teorii, Rutherford a pus următoarele ipoteze:

- atomul este alcătuit dintr-un nucleu pozitiv, cu dimensiunile mult mai mici decât raza atomului, și din electroni ce se găsesc în jurul nucleului. Practic, toată masa atomului este concentrată în nucleu.
- Ciocnirea unei particule α cu un electron rămâne în esență fără efect asupra traiectoriei ei din cauza mării deosebiri de masă dintre cele două particule.
- În foița împrăștiitoare nucleeele sunt la distanțe d suficient de mari între ele astfel încât valoarea parametrului de ciocnire b_0 pentru care particula α trece practic nedeviată este mai mică decât d : $b_0 < d$.
- Foița împrăștiitoare este destul de subțire pentru ca numărul particulelor α care suferă două sau mai multe ciocniri, deci două sau mai multe devieri succesive, să fie neglijabil.

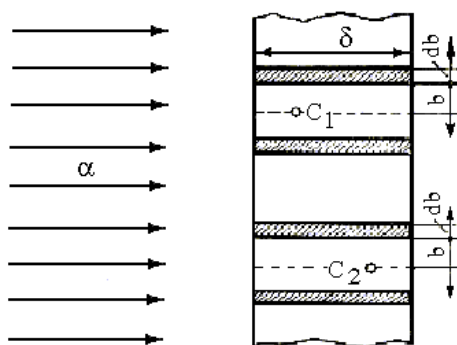


Figura 2.2: Împrăștierea unui fascicul de particule α pe nucleeele unei foițe de subțiri

Fie o foiță împrăștiitoare de grosime δ și de arie A și să considerăm o porțiune foarte mică a foiței pe care să o desenăm la o scară foarte mare (vezi figura 2.2). Un fascicul de particule α , monoenergetice, cad perpendicular pe foiță. Fie N numărul de particule α ce sosesc în unitatea de timp pe toată aria A a foiței. Pe

unitatea de arie vor cădea în unitatea de timp N/A particule.

Să considerăm un nucleu arbitrar, C_1 , din foiță (vezi figura 2.2). Toate particulele α care vor trece la distanțe cuprinse între b și $b+db$ de nucleul C_1 vor fi împrăștiate sub diferite unghiuri cuprinse între θ și $\theta+d\theta$ unde θ este unghiul de împrăștiere corespunzător lui b iar $\theta+d\theta$ cel corespunzător lui $b+db$. Dar particulele α cu parametrii de ciocnire cuprinși între b și $b+db$ sunt tocmai acelea care cad pe o regiune inelară cu centrul în C_1 , având raza mică egală cu b și lățimea db . Cum aria acestei regiuni este $2\pi b db$ și numărul de particule α ce cad în unitatea de timp pe unitatea de arie a foiței este N/A , numărul particulelor α ce sosesc în unitatea de timp în vecinătatea nucleului C_1 și au parametrii de ciocnire cuprinși între b și $b+db$ va fi egal cu:

$$(dN)_1 = \frac{N}{A} 2\pi b db \quad (2.12)$$

Dacă notăm cu n numărul de nuclee din unitatea de volum a foiței, numărul total de nuclee va fi $nA\delta$ și numărul total de particule α care sosesc în unitatea de timp pe foiță și au parametrii de ciocnire cuprinși între b și $b+db$ va fi:

$$dN = nA\delta(dN)_1 = 2\pi nN\delta b db \quad (2.13)$$

Cum fiecărei valori a parametrului b îi corespunde un anumit unghi de deviere θ , dN reprezintă și numărul de particule care, în urma împrăștierei pe nucleele din foiță, sunt deviate cu unghiuri cuprinse între θ și $\theta+d\theta$.

Rescriind relația (2.11) sub forma $b = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m v^2} \cotg \frac{\theta}{2}$ și diferențiind obținem:

$$db = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m v^2} \cdot \frac{d\theta}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} \quad (2.14)$$

Semnul minus din ecuația (2.14) indică numai faptul că θ se micșorează cu creșterea parametrului de ciocnire, b .

Înlocuind b și db din (2.11) și (2.14) în ecuația (2.13) obținem pentru valoarea absolută a lui dN expresia:

$$dN = \pi n N \delta \frac{4Z^2 e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 m^2 v^4} \cdot \frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\sin^3 \frac{\theta}{2}} |d\theta| \quad (2.15)$$

După împrăștiere, cele dN particule α vor avea direcțiile de mișcare cuprinse între două conuri axiale, cu vârful comun și cu unghiurile de deschidere egale respectiv cu 2θ și $2(\theta+d\theta)$ (vezi figura 2.3). Dacă în calea particulelor împrăștiate se pune un ecran cu sulfură de zinc perpendicular pe axa conurilor, cele dN particule vor produce scânteieri distribuite în suprafața inelară decupată pe ecran de cele două conuri coaxiale.

Să calculăm acum numărul de particule α împrăștiate în unitatea de unghi solid în jurul unei anumite direcții ce face unghiul θ cu axa conurilor. Avem:

$$d\Omega = 2\pi \sin \theta |d\theta| = 4\pi \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} |d\theta| \quad (2.16)$$

Înlocuind pe $|d\theta|$ din (2.16) în (2.15) obținem:

$$\frac{dN}{d\Omega} = Nn\delta \frac{4Z^2 e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 m^2 v^4} \cdot \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad (2.17)$$

Aceasta reprezintă *formula lui Rutherford*. După cum se poate observa, numărul particulelor α difuzate în unitatea de unghi solid depinde foarte mult de

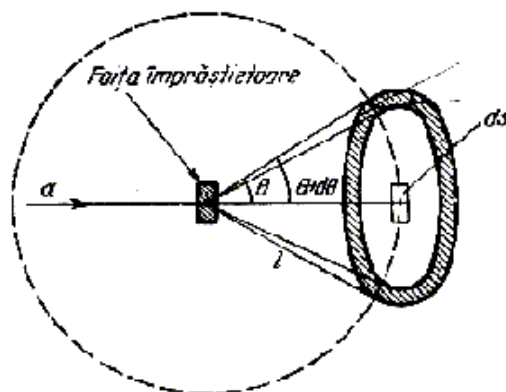


Figura 2.3: Împrăștierea particulelor α

unghiul θ și crește repede o dată cu micșorarea lui θ .

12.2.3. Secțiunea eficace pentru difuzia particulelor

Fie n numărul de particule imobile din unitatea de volum care produc difuzia. Să înlocuim fiecare particulă difuzantă printr-o țintă, un disc de rază r_0 și arie σ , aleasă astfel încât fiecare particulă mobilă care trece prin interiorul acestui disc să sufere o deviație (ciocnire). Se remarcă că dimensiunea lui $n\sigma$ este $[\text{cm}^{-1}]$. Aria σ se numește *secțiune eficace pentru difuzie*, iar r_0 este *raza secțiunii eficace*.

Produsul $n\sigma$ se numește *secțiune macroscopică* și reprezintă suma secțiunilor eficace în unitatea de volum.

Semnificația statistică a secțiunii eficace poate fi explicată în felul următor: să presupunem că densitatea N_0 a fluxului de particule difuzate este egală cu 1, adică printr-un cm^2 trece o particulă într-o secundă. Numărul n al centrelor difuzante în unitatea de volum îl presupunem de asemenea egal cu 1. Atunci, probabilitatea de a suferi o difuzie poate fi exprimată ca raportul dintre aria secțiunii eficace σ și aria "fluxului" adică 1 cm^2 . Astfel σ este probabilitatea ca o particulă incidentă să fie difuzată în procesul de trecere printr-un strat cu o grosime de 1 cm , conținând o singură particulă difuzantă, iar $n\sigma$ probabilitatea de a suferi difuzia dacă densitatea particulelor difuzante din strat este n .

În urma trecerii printr-un strat de o grosime oarecare δ fasciculul paralel, incident, cu densitatea de particule N suferă o atenuare datorată

faptului că fiecare particulă difuzată părăsește fasciculul paralel și nu va fi înregistrată la detector. Dacă împărțim întregul strat în straturi infinite de subțiri de grosimi dx , numărul particulelor difuzante din fiecare cm^2 este dat de ndx , iar suma secțiunilor lor eficace este σndx . Cu aceste notații, *legea atenuării fasciculului de particule incidente* se scrie:

$$-dN = N\sigma ndx \quad (2.18)$$

de unde integrând obținem

$$N = N_0 e^{-n\sigma x}$$

în care N_0 este numărul de particule incidente pe stratul gros.

Dacă ținem cont de definiția dată mai sus pentru secțiunea eficace de ciocnire putem exprima secțiunea eficace de ciocnire, $d\sigma$, a nucleului pentru difuzia particulelor α sub un unghi cuprins între θ și $\theta+d\theta$ se scrie:

$$d\sigma = 2\pi b db \quad (2.19)$$

Ținând cont de (2.19), formula lui Rutherford pentru difuzia particulelor α , (2.17), exprimată în secțiuni eficace de ciocnire se scrie:

$$d\sigma = \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m v^2} \right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad (2.20)$$

12.2.4. Verificarea experimentală a formulei lui Rutherford

Formula lui Rutherford dată de relația (2.17) se poate verifica experimental în mod direct. Într-adevăr lucrând cu un fascicul de particule α monoenergetice ($v = \text{const.}$) putem imediat verifica dependența de θ a lui $\frac{dN}{d\Omega}$ pentru un anumit material difuzant ($Z = \text{const.}$). Așadar dacă menținem toate celelalte condiții neschimbate și variem numai unghiul θ obținem

$$\frac{1}{N} \frac{dN}{d\Omega} \sin^4 \frac{\theta}{2} = \text{const.} \quad (2.21)$$

Pe de altă parte, folosind particule α incidente de diverse energii cinetice, se poate verifica ușor dependența lui $\frac{dN}{d\Omega}$ de energia cinetică a particulelor incidente care, conform relației (2.17) trebuie să fie de forma:

$$\frac{1}{N} \frac{dN}{d\Omega} W_{cin}^2 = \text{const.} \quad (2.22)$$

Verificarea experimentală a relațiilor (2.21) și (2.22) efectuată de către Rutherford a fost încununată de succes confirmând astfel valabilitatea ipotezelor care au stat la baza lor.

Prin urmare, s-a adus astfel dovada faptului că atomul nu poate fi imaginat ca o sferă compactă, ci mai degrabă ca un *sistem planetar* în

miniatură, în care electronii se mișcă în jurul nucleului, de dimensiuni extrem de reduse, purtând o sarcină pozitivă și în care este concentrată întreaga masă a atomului.

12.1.5. Sarcina și dimensiunile nucleului

O dată verificată ipoteza existenței nucleului atomic se pune problema determinării sarcinii și dimensiunii acestuia.

Determinarea sarcinii electrice a nucleului: formula de împrăștiere a lui Rutherford poate servi la determinarea lui Z și implicit a sarcinii electrice a nucleului. Pentru aceasta Chadwick a construit în 1920 un dispozitiv care permitea măsurarea simultană a lui N și $\frac{dN}{d\Omega}$ pentru o valoare fixată a lui θ .

Ulterior, din ecuația (2.17) se determină Z . Experiențele efectuate au arătat că, în limita erorilor experimentale, valorile obținute pentru Z prin experiențe efectuate asupra unor medii împrăștiitoare diverse sunt foarte apropiate de numărul de ordine al elementului respectiv în tabelul întocmit de Mendeleev reprezentând în același timp și numărul sarcinilor pozitive elementare ale nucleului. De aici și din condiția ca atomul să fie neutru din punct de vedere electric, rezultă că numărul electronilor care se rotesc în jurul nucleului trebuie să fie Z . Calculând masa nucleului cu formula $m_{nucleu} = m_{atom} - Zm_{electron}$ și ținând cont că $Zm_{electron} \ll m_{atom}$ rezultă că $m_{nucleu} \approx m_{atom}$. Deci toată masa atomului este practic concentrată în nucleu confirmând astfel ipoteza lui Rutherford conform căreia, în primă aproximație, masa nucleului poate fi considerată practic infinită față de masa particulei α în cazul mediilor folosite de el pentru difuzie. Spre exemplu, pentru aur avem $\frac{m_{aur}}{m_{\alpha}} = \frac{197}{4} \cong 50$.

Dimensiunile nucleului: Presupunând că nucleul are o formă sferică, se poate obține ordinul de mărime al diametrului său calculându-se distanța minimă de nucleu la care poate trece particula α . Pentru aceasta să considerăm traiectoria unei particule α în câmpul nucleului așa cum a fost ea prezentată în figura 2.1. Distanța r_{min} la care trece particula α față de nucleu este tocmai distanța dintre vârful hiperbolei și nucleu, adică este determinată de bisectoarea unghiului format de cele două asimptote ale hiperbolei. Prin urmare unghiul φ_m format de r_{min} cu direcția de mișcare a particulei va fi egal cu:

$$\varphi_m = \frac{\pi}{2} + \frac{\theta}{2} \quad (2.23)$$

Introducând valoarea lui φ_m în (2.10) și înlocuind pe b cu expresia rezultată din (2.11) obținem pentru r_{min} expresia:

$$r_{\min} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 W_{\text{cin}}} \left(1 + \frac{1}{\sin \frac{\theta}{2}} \right) \quad (2.24)$$

Din (2.24) rezultă că particula α se va apropia cu atât mai mult de nucleu cu cât θ va fi mai mare. Valoarea minimă r_0 pe care o poate lua $r_{\min}$ se obține pentru $\theta=\pi$ și are expresia:

$$r_0 = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 W_{\text{cin}}} \quad (2.25)$$

Experiențele de difuzie efectuate de Rutherford și Chadwick la argint au dat pentru r_0 valoarea $r_0 \approx 2 \cdot 10^{-12} \text{ cm}$. Cu alte cuvinte, suma razelor nucleelor de Ag și He este sub $2 \cdot 10^{-12} \text{ cm}$.

La elementele mai ușoare, Z fiind mai mic, r_0 va fi și el mai mic. Totuși experiențele efectuate pe aluminiu și magneziu au arătat că pentru energii ale particulelor pentru care r_0 se apropie de 10^{-12} cm apar abateri importante de la legea de împrăștiere a lui Rutherford. Aceasta înseamnă că la distanțe atât de mici între particula α și nucleu nu acționează numai forța coulombiană, ci și forțe de altă natură cunoscute sub numele de forțe nucleare.

Putem deci considera că razele nucleelor sunt de ordinul a 10^{-12} cm . Pe de altă parte, din experiențele din teoria cinetică a gazelor rezultă pentru razele atomilor valori de ordinul a 10^{-8} cm , iar teoria electromagnetică clasică furnizează pentru raza electronului valoarea $2,82 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$. De aici se desprinde concluzia că nucleul nu ocupă decât o infimă parte din atom, raportul volumelor nucleului și atomului fiind:

$$\left(\frac{10^{-12}}{10^{-8}} \right)^3 = 10^{-12}$$

Cam aceeași fracțiune din volumul atomului este ocupată de electroni. Ajungem astfel la concluzia că atomul nu trebuie conceput ca o particulă compactă, ci dimpotrivă ca având o structură găunoasă deoarece nucleul și electronii nu ocupă decât a 10^{-12} parte din volumul atomului restul fiind liber.

12.2.6. Neajunsurile modelului planetar al atomului și postulatele lui Bohr

Așa cum am văzut deja, atomul este constituit dintr-un nucleu greu, încărcat pozitiv și electronii care îl înconjoară. Din punctul de vedere al mecanicii clasice, acest sistem nu poate fi în echilibru decât dacă electronii se rotesc în jurul nucleului pe orbite bine determinate. Vom arăta că, din punctul

de vedere al electrodinamicii clasice, atomul ar fi totuși nestabil, deoarece, prin mișcarea accelerată, electronii ar trebuie să radieze energie sub formă de unde electromagnetice și, prin urmare, să cadă pe nucleu.

Să ne imaginăm cazul simplu al unui electron care se mișcă uniform în jurul nucleului, pe o orbită circulară. Această rotație va fi o mișcare accelerată și de aceea ea trebuie să fie însoțită de emisia unor unde electromagnetice.

Pentru a calcula intensitatea acestor radiații, să descompunem mișcarea circulară uniformă în două oscilații armonice după axele x și y :

$$x = a \cos \omega t, \quad y = a \sin \omega t \quad (2.26)$$

Astfel, în locul electronului care se rotește uniform pe orbita circulară, putem considera radiația a doi dipoli care execută oscilații cu aceeași frecvență ω și de aceeași amplitudine a , dar pe direcții perpendiculare.

Din teoria oscilatorului armonic se cunoaște că numai valoarea medie a energiei totale a oscilatorului are interes practic, iar expresia acesteia este dată de relația:

$$\bar{I} = \frac{2 \bar{\dot{p}}^2}{3c^3}$$

în care c reprezintă viteza luminii în vid, iar p momentul dipolului. Presupunând că sarcina pozitivă a dipolului se află în repaus în originea coordonatelor, iar sarcina negativă oscilează în lungul axei x , momentul dipolar are expresia $p = ex$. În acest caz emisia medie de energie într-o perioadă se exprimă sub forma:

$$\bar{I} = \frac{2e^2}{3c^3} \bar{\ddot{x}}^2 \quad (2.27)$$

Potrivit acestei relații, radiațiile celor doi dipoli ce aproximează mișcarea electronului în jurul nucleului se pot scrie:

$$I_x = \frac{2e^2 a^2 \omega^4}{3c^3} \cos^2 \omega t, \quad I_y = \frac{2e^2 a^2 \omega^4}{3c^3} \sin^2 \omega t \quad (2.28)$$

În aceste condiții radiația totală a orbitei circulare va fi:

$$I = I_x + I_y = \frac{2e^2 a^2 \omega^4}{3c^3} \quad (2.29)$$

Se observă că emisia totală a orbitei circulare nu depinde de timp.

Să considerăm acum cazul mai general al electronului ce se mișcă în jurul nucleului și care este legat de acesta prin forța coulombiană. În acest caz, componentele mișcării după axele de coordonate x și y nu mai reprezintă oscilații armonice simple. Totuși aceste mișcări pot fi întotdeauna dezvoltate în serie Fourier, adică considerate ca rezultat al suprapunerii unor oscilații armonice simple. Dacă alegem ca axe de coordonate axele principale ale elipsei, avem:

$$x = a_1 \cos \omega t + a_2 \cos 2\omega t + a_3 \cos 3\omega t \quad (2.30a)$$

$$y = b_1 \sin \omega t + b_2 \sin 2\omega t + b_3 \sin 3\omega t \quad (2.30b)$$

Pornind de la definiția energiei totale a oscilatorului din ecuația (2.27) și ținând cont de ecuațiile (2.30a și b) obținem:

$$\dot{x} = -a_1 \omega \sin \omega t - 2a_2 \omega \sin 2\omega t - 3a_3 \omega \sin 3\omega t$$

$$\ddot{x} = -a_1 \omega^2 \sin \omega t - 4a_2 \omega^2 \sin 2\omega t - 9a_3 \omega^2 \sin 3\omega t$$

$$\begin{aligned} \dot{x}^2 = \omega^4 [& a_1^2 \cos^2 \omega t + 16a_2^2 \cos^2 2\omega t + 81a_3^2 \cos^2 3\omega t + \\ & 4a_1 a_2 \cos \omega t \cos 2\omega t + 9a_1 a_3 \cos \omega t \cos 3\omega t + 36a_2 a_3 \cos 2\omega t \cos 3\omega t] \end{aligned}$$

Ținând cont de relațiile de transformare trigonometrice:

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

$$2 \cos \alpha \cos \beta = \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)$$

și dând factor comun funcțiile trigonometrice de aceeași frecvență obținem:

$$\begin{aligned} \dot{x}^2 = \frac{\omega^4}{2} [& a_1^2 + 16a_2^2 + 81a_3^2 + (4a_1 a_2 + 36a_2 a_3) \cos \omega t + (a_1^2 + 9a_1 a_3) \cos 2\omega t + 4a_1 a_2 \cos 3\omega t + \\ & + (16a_2^2 + 9a_1 a_3) \cos 4\omega t + 36a_2 a_3 \cos 5\omega t + 81a_3^2 \cos 6\omega t] \end{aligned}$$

În continuare

$$\overline{\dot{x}^2} = \frac{1}{T} \int_0^T \dot{x}^2 dt = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \dot{x}^2 dt \quad (2.31)$$

și înlocuind pe $\dot{x}^2$ din ecuația de mai sus obținem spre rezolvare integrale de

$$\text{tipul: } \int_0^{2\pi/\omega} \cos k\omega t dt = 0 \text{ pentru oricare ar fi } k \text{ întreg.}$$

În consecință, din ecuația (2.31) obținem:

$$\overline{\dot{x}^2} = \frac{\omega^4}{2} [a_1^2 + 16a_2^2 + 81a_3^2]$$

iar intensitatea medie a oscilațiilor pe direcția x este dată de relația:

$$\bar{I}_x = \frac{e^2 a_1^2}{3c^3} \omega^4 + \frac{e^2 a_2^2}{3c^3} (2\omega)^4 + \frac{e^2 a_3^2}{3c^3} (3\omega)^4 \quad (2.32a)$$

Analog se obține pentru intensitatea medie a oscilațiilor pe direcția y relația

$$\bar{I}_y = \frac{e^2 b_1^2}{3c^3} \omega^4 + \frac{e^2 b_2^2}{3c^3} (2\omega)^4 + \frac{e^2 b_3^2}{3c^3} (3\omega)^4 \quad (2.32b)$$

Adunând intensitățile oscilațiilor obținute pe cele două direcții (presupunând că oscilațiile pe direcții perpendiculare nu interferă), observăm că ea corespunde unui ansamblu de oscilatori cu frecvențele ω , 2ω , 3ω , etc.

În concluzie remarcăm că, din punctul de vedere al electrodinamicii clasice, electronul care se mișcă pe o orbită Kepler emite un întreg spectru de frecvențe, format din frecvența fundamentală și din armonicile corespunzătoare.

Emisia de radiație a electronului ce se mișcă în jurul nucleului ar conduce cu timpul la pierderea integrală a energiei electronului conducând în final la căderea acestuia pe nucleu. În aceste condiții, frecvența de rotație ar trebui să varieze neîncetat conducând la un spectru continuu de emisie al atomului.

Experimental s-a constatat că spectrul de emisie al unui atom este întotdeauna discret, format din linii spectrale caracteristice nete. Aceasta dovedește că mișcarea electronului în jurul nucleului este remarcabil de stabilă fiind astfel în contradicție cu prezicerile electrodinamicii clasice.

12.3. Modelul atomic Bohr

12.3.1. Postulatele lui Bohr

Tocmai aceste rezultate experimentale l-au condus pe Niels Bohr în 1913 la introducerea a două noi postulate care stau la baza teoriei cuantice a structurii atomului:

Postulatul 1: *Atomii și sistemele atomice se pot găsi timp îndelungat numai în stări bine determinate, numite stări staționare, în care nu emit și nu absorb energie deși în aceste stări au loc mișcări ale particulelor încărcate (electronii). În aceste stări staționare sistemele atomice posedă energii care formează un șir discret: $E_1, E_2, \dots, E_n$. Aceste stări sunt caracterizate prin stabilitatea lor, orice variații de energie provocate de emisii sau absorbții de energie realizându-se numai cu o trecere dintr-o stare în alta.*

Postulatul 2: *La trecerea dintr-o stare staționară în alta, atomii emit sau absorb numai radiații de frecvență bine determinată. Radiația emisă sau absorbită la trecerea din starea E_m în starea E_n este monocromatică, iar frecvența ν a acestei radiații se determină din condiția: $h\nu = E_m - E_n$.*

Ambele postulate contrazic net condițiile electrodinamicii clasice, deoarece, conform primului postulat, atomii nu emit radiații deși electronii care intră în structura atomului execută o mișcare accelerată pe orbite închise, iar, conform celui de-al doilea postulat, frecvențele emise la trecerea atomului dintr-o stare staționară în alta nu au nimic în comun cu frecvențele mișcărilor periodice ale electronilor.

12.3.2. Teoria lui Bohr asupra structurii atomilor

La baza modelului lui Bohr asupra structurii atomului stau următoarele ipoteze:

1. *Orbitele staționare pe care se mișcă electronii în atom sunt date de condiția ca mărimea momentului cinetic pentru acestea să fie un număr întreg de h . Matematic scriem:*

$$mv_n r_n = n\hbar \quad (2.33)$$

în care v_n și r_n reprezintă viteza și respectiv raza orbitei pe care se mișcă electronul în atom.

2. *Electronul trece dintr-o stare staționară în alta prin emisia sau absorbția unui foton a cărui frecvență este dată de relația:*

$$E_m - E_n = h\nu_{mn} \quad (2.34)$$

în care E_m și E_n sunt energiile stărilor staționare între care are loc tranziția electronului.

3. *Interacția dintre electron și nucleu este de tip electrostatic și deci putem scrie:*

$$\frac{mv_n^2}{r_n} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_n^2} \quad (2.35)$$

Pornind de la aceste ipoteze să studiem, în cadrul modelului lui Bohr, sistemul compus dintr-un nucleu cu sarcină $+Ze$ și un electron ce se mișcă pe o orbită circulară în jurul acestuia.

Eliminând v_n între ecuațiile (2.34) și (2.35) obținem pentru raza orbitei a n-a a electronului următoarea expresie:

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 n^2 \hbar^2}{Ze^2 m} = r_1 n^2 \quad (2.36)$$

în care r_1 este *raza primei orbite Bohr* și are o valoare dată de relația:

$$r_1 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{Ze^2 m} = \frac{10^{-34} \cdot 10^{-34}}{9 \cdot 10^9 \cdot 1,6^2 \cdot 10^{-219} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} \cong 0,5 \text{ \AA}$$

Din ecuația (2.36) cunoscând raza orbitei electronului se poate calcula și viteza acestuia pe orbita n din expresia

$$v_n = \frac{n\hbar}{mr_n} = \frac{\hbar}{mnr_1} = \frac{v_1}{n} \quad (2.37)$$

în care v_1 este *viteza electronului pe prima orbită Bohr* și este dată de

$$v_1 = \frac{\hbar}{mr_1} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 0,5 \cdot 10^{-10}} = 1,45 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

Știind că energia totală a electronului este dată de suma energiilor cinetice și potențiale, pentru electronul ce se mișcă pe orbita a n-a se scrie:

$$E_n = \frac{mv_n^2}{2} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_n} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_n} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_n} = -\frac{Ze^2}{8\pi\epsilon_0 r_n}$$

Înlocuind expresia razei orbitei a n-a din ecuația (2.36) obținem pentru energia totală a electronului expresia:

$$E_n = -\frac{(Ze^2)^2 m}{2(4\pi\epsilon_0)^2 n^2 \hbar^2} = \frac{E_1}{n^2} \quad (2.38)$$

unde E_1 este *energia primei orbite Bohr* care, pentru hidrogen având $Z=1$, are valoarea:

$$E_1 = -\frac{Z^2 e^4 m}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} = -\frac{1,6^4 \cdot 10^{-419} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 9^2 \cdot 10^{29}}{2 \cdot 10^{-234}} = -\frac{9 \cdot 81 \cdot 1,6^4}{2} \cdot 10^{-21} J \cong -13,6 eV$$

12.3.3. Serii spectrale. Termeni spectrali

Introducând în ecuația (2.34) expresiile energiilor orbitelor m și n, conform ecuației (2.38) putem scrie:

$$\frac{E_1}{m^2} - \frac{E_1}{n^2} = h \nu_{mn}$$

Rearanjând această expresie și definind numărul de undă ca fiind

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} \quad \text{obținem formula lui}$$

Balmer generalizată:

$$\tilde{\nu} = \frac{E_1}{hc} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (2.39)$$

în care $R = 1,09 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-1}$ reprezintă *constanta lui Rydberg*. Introducând notațiile pentru *termenii spectrali*

$$T(m) = \frac{R}{m^2} \quad \text{și} \quad T(n) = \frac{R}{n^2}$$

observăm că numărul de undă al oricărei *linii spectrale* din spectrul hidrogenului poate fi reprezentat sub forma de diferență a doi termeni spectrali pentru valori diferite ale lui m și n:

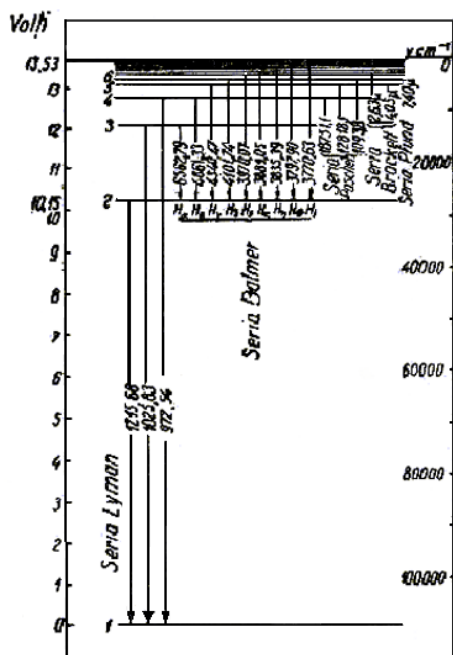


Figura 2.4: Seriile spectrale ale atomului de hidrogen

$$\tilde{\nu} = T(m) - T(n)$$

Totalitatea liniilor spectrale care au un termen spectral constant formează o *serie spectrală*. În figura 2.4 se prezintă reprezentările grafice ale seriilor spectrale ale hidrogenului:

- Lyman ($m=1, n>1$),
- Balmer ($m=2, n>2$),
- Paschen ($m=3, n>3$),
- Brackett ($m=4, n>4$),
- Pfund ($m=5, n>5$).

Pentru $m=2, n>2$ și $Z=1$ obținem seria Balmer a atomului de hidrogen (vezi figura 2.4):

$$\tilde{\nu} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 3, 4, 5, \dots$$

Această formulă coincide practic cu formula empirică dată de Balmer în 1885 pentru a descrie matematic succesiunea liniilor spectrale obținute experimental în cazul hidrogenului.

12.4. Aplicații și probleme

Problema 12.4.1: Să se găsească lungimea de undă a radiației emise de atomul de hidrogen la trecerea electronului de pe nivelul excitat $n=2$ pe nivelul fundamental $n=1$. Ținând că timpul de viață mediu al stării excitate este $\tau=10^{-8}$ s să se calculeze numărul de rotații efectuate de electron în jurul nucleului până la reîntoarcerea pe nivelul fundamental.

Rezolvare: La trecerea unui electron de pe nivelul excitat cu $n=2$ pe nivelul fundamental putem scrie:

$$E_2 - E_1 = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E_2 - E_1}$$

Dar $E_n = -\frac{e^4 m}{8h^2 \epsilon_0^2} \cdot \frac{1}{n^2}$ și deci expresia lui λ devine:

$$\lambda = \frac{hc}{\frac{e^4 m}{8h^2 \epsilon_0^2} \left(1 - \frac{1}{4} \right)} = \frac{32h^3 c \epsilon_0^2}{3me^4} \cong 1,21 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

Pentru a calcula numărul de rotații efectuate de electron pe orbită până la întoarcerea pe nivelul fundamental este necesară determinarea caracteristicilor orbitei cu $n=2$.

$$v_n = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 n h} \text{ din care rezultă } v_2 = \frac{e^2}{4\varepsilon_0 h} = \frac{v_1}{2}$$

$r_n = a_0 n^2$ unde a_0 este raza primei orbite Bohr. Raza celei de-a doua orbite Bohr este $r_2 = 4a_0$.

Lungimea traiectoriei parcurse de electron în timpul τ este $L = v_2 \tau = \frac{v_1 \tau}{2}$. Numărul de rotații efectuate de electron pe orbită este dat de raportul dintre lungimea traiectoriei parcurse și lungimea orbitei a doua. Astfel $k = \frac{L}{2\pi r_2} = \frac{v_1 \tau}{16\pi \cdot a_0} \approx 8,27$ rotații.

Problema 12.4.2: a) Pentru atomul de hidrogen să se determine primul potențial de ionizare;

b) Să se calculeze ce viteză minimă ar trebui să aibe un electron pentru ca, în urma interacției lui cu un atom de hidrogen, să se emită toate liniile tuturor seriilor din spectrul hidrogenului.

Rezolvare:

a) Potențialul de ionizare U_i al unui atom se găsește din formula: $eU_i = W_i$ unde W_i este lucrul mecanic necesar transportului unui electron de pe o orbită normală la infinit. Pentru atomul de hidrogen:

$$W_i = h\nu = hcR \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

Când $k=1$ și $n=\infty$ acest lucru este: $W_i = hcR$ iar potențialul de ionizare este:

$$U_i = \frac{W_i}{e} = \frac{hcR}{e} = 13,6V.$$

b) Toate liniile tuturor seriilor atomului de hidrogen apar când atomul de hidrogen este ionizat. Pentru aceasta trebuie să avem îndeplinită condiția: $W_{\min} = W_i = 13,6 \text{ eV}$.

Scriind legea de conservare a energiei în forma:

$$\frac{mv_i^2}{2} = eU_i$$

$$\text{obținem } v_{\min} = \sqrt{\frac{2eU_i}{m}} = 2,2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

Problema 12.4.3: Să se calculeze raza orbitei a n-a a atomului de hidrogen dacă se știe că tranziția electronului de pe orbita n pe orbita p ($p=2$)

este însoțită de emisia unei cuante de radiație cu lungimea de undă $\lambda=4870$ Å.

Rezolvare:

Lungimea de undă a tranziției electronului de pe orbita n pe orbita p este dată de expresia:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{k}{hc} \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2} \right) \text{ unde } R = \frac{k}{hc} = \frac{Z^2 e^4 m}{8h^3 \epsilon_0^2 c} \quad (1)$$

$$\text{Raza orbitei } n \text{ este } r_n = \frac{\epsilon_0 n^2 h^2}{\pi e^2 m} = a_0 n^2 \quad (2)$$

Eliminând n între ecuațiile (1) și (2) obținem

$$r_n = \frac{h^2 R \lambda p^2}{4\pi^2 m e^2 (R\lambda - p^2)} = 8,4 \text{ Å}$$

Problema 12.4.4: Radiațiile electromagnetice monocromatice emise în vizibil și UV apropiat de atomul de hidrogen constituie seria Balmer. Lungimile de undă ale acestor radiații verifică relația:

$$\lambda = \lambda_0 \frac{n^2}{n^2 - 4}$$

unde $\lambda_0 = 3645 \cdot 10^{-10} \text{ m}$.

a) Să se indice valoarea cea mai mică posibilă a lui n și să se deducă lungimea de undă a radiației electromagnetice respective;

b) Care sunt numerele de undă și lungimile de undă ale radiațiilor vizibile din acest spectru dacă el este limitat în partea ultravioletului de $\lambda_v = 4000 \text{ Å}$;

c) Să se calculeze lungimea de undă limită pentru n tinzând la infinit și să se deducă energia fotonului corespunzător.

Rezolvare:

a) Din condiția $\lambda > 0$ obținem $n^2 - 4 > 0$ și deci $n > 2$. Lungimea de undă corespunzătoare la n minim se obține pentru $n=3$ și este

$$\lambda = \frac{9}{5} \lambda_0 = 6561 \cdot 10^{-10} \text{ m}.$$

$$\text{b) Din condiția } \lambda \geq \lambda_0 \text{ obținem } \lambda_0 \frac{n^2}{n^2 - 4} \geq \lambda_v \text{ și deci}$$

$$n^2 \leq \frac{4\lambda_v}{\lambda_v - \lambda_0} = 36$$

Deci $3 \leq n \leq 6$ și lungimile de undă asociate sunt:

$$n=3 \quad \lambda = \frac{9}{5} \lambda_0 = 6561 \cdot 10^{-10} m$$

$$n=4 \quad \lambda = \frac{16}{12} \lambda_0 = 4860 \cdot 10^{-10} m$$

$$n=5 \quad \lambda = \frac{25}{21} \lambda_0 = 4340 \cdot 10^{-10} m$$

$$n=6 \quad \lambda = \frac{36}{32} \lambda_0 = 4101 \cdot 10^{-10} m$$

$$c) \text{ Pentru } n \rightarrow \infty \text{ obținem } \lambda = \lambda_0 \frac{1}{1 - \frac{4}{n^2}} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \lambda_0.$$

$$\text{Energia fotonului corespunzător este } E = \frac{hc}{\lambda_0} = 3,4 \text{ eV}.$$