

Analízis 1

Vizsgafeladatok gyűjteménye

Összeállítás [dr. Losonczy Attila anyagaiból](#) (ILIAS-bejelentkezés kell!)
(ezen diasorok feladatai közül fog a tanár úr szemezgetni...)

Aktuális: 2020. decembere

Vizsga-felépítés:

- ❖ **Beugró-tesztek** (3 középiskolás matekfeladat, ha egy nem jó, akkor 1-es)
- ❖ 1-5. feladat (átlagos nehézségűek)
- ❖ **6.** Feladat (ez a **legnehezebb**, a jelölése: **be van karikázva**, a nehezebb feladatokat csak 6. feladatban adja)

Amit nem szabad (Matekalapok, 33. dia)

$\frac{5}{0}$

$$\log_a -3$$

$$\sqrt{-7} \quad (\text{valós számkörben})$$

$$\frac{\cancel{n}^1 + 9\cancel{n} + 8}{\cancel{n} + 6} = \frac{n+9+8}{6}$$

Illik fejből tudni (35. dia)

$$\sqrt{2} \approx 1,41$$

$$\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,7$$

$$\pi \approx 3,14$$

$$\sin 45^\circ = \sin \frac{\pi}{4} = \cos 45^\circ = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 30^\circ = \sin \frac{\pi}{6} = \cos 60^\circ = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\sin 60^\circ = \sin \frac{\pi}{3} = \cos 30^\circ = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 45^\circ = 1, \quad \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

Komplex számok (21-es dia)

1. Végezzük el a 4 alpműveletet 2 tetszőleges komplex szám között!
2. Mutassuk meg, hogy $2 \cdot 3 = 6$ vagyis $(2 + 0i)(3 + 0i) = 6 + 0i$
3. $4(2-3i) = ?$ Mi az általános szabály komplex szám valóssal való szorzatára?
4. $z_1 = 3 + 5i$, $z_2 = 4 + 2i$ $z_1 + z_2 = ?$, $z_1 - z_2 = ?$, $z_1 \cdot z_2 = ?$, $\frac{z_1}{z_2} = ?$
5. Igazoljuk: $\frac{1}{1+2i} = \frac{1-2i}{5}$. Mi lenne az általános szabály? $\frac{1}{a+bi} = ?$
6. Oldjuk meg a következő egyenletet: $(1 + i)z + 3 - i = 0$
7. Oldjuk meg a következő egyenletet: $z + i = \frac{1}{z} + \frac{1}{i}$
8. Oldjuk meg a következő egyenletrendszert, ahol $x, y \in \mathbb{C}$
 $(2 + 5i)x + 4y = 1 - i$
 $(1 + 2i)x + (2 - i)y = 2 + i$
9. $\sqrt{3 + 4i} = ?$ Vagyis melyek azok a z komplex számok, melyekre $z^2 = 3 + 4i$?
10. A $z^2 - (3 + 2i)z + c = 0$ egyenlet egyik gyöke $1 + i$.
Mi a másik gyök és mennyi c ?

Komplex számok (38-as dia)

3. Tudjuk, hogy $|a + 3i| = 5$. Mennyi lehet a ?
Oldjuk meg algebrailag és grafikusán is!

5. a) $|(1 + i)^6| = ?$ b) $\left| \frac{(1+1526i)^{100}}{(1-1526i)^{100}} \right| = ?$

6. Igaz-e, hogy $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$?

7. Mutassuk meg, hogy $|z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$

8. Mutassuk meg, hogy nincs olyan z komplex szám, hogy $|z| - z = i$

Számsorozatok (40-es dia)

1. Igaz-e? Ha nem, hol a hiba?
A $0, 1, 0, 1, 0, 1, \dots$ sorozat konvergál a 0-hoz, mert minden környezetén kívül véges sok elem van, hiszen csak az 1 lehet kívül, vagyis legfeljebb egy elem lehet kívül.
2. Igaz-e, hogy ha egy sorozat konvergens, akkor lépésről-lépésre egyre közelebb kerül a limesz pontjához? Vagyis az $n + 1$. tag közelebb van mindig, mint az n . tag.
3. Készítsünk olyan sorozatot, melynek végtelen sok tagja 0, de mégsem tart 0-hoz!
4. Készítsünk olyan sorozatot, melynek végtelen sok pozitív és végtelen sok negatív tagja van és 0-hoz tart!
5. Igaz-e, hogy ha egy sorozat konvergens, akkor van legnagyobb tagja?
6. Igaz-e, hogy ha $a_n \rightarrow A$, akkor a_n tizedesjegyei "egyre inkább" megegyeznek A tizedesjegyeivel? Avagy ahogy n nő, úgy fog egyre több és több tizedesjegy megegyezni.
7. Készítsünk olyan (a_n) sorozatot, melyre $\frac{a_{n+1}}{a_n} \rightarrow 1$ és
 - a) $a_n \rightarrow 1$
 - b) $a_n \rightarrow 0$
 - c) $a_n \rightarrow +\infty$
 - d) $a_n \rightarrow 7$ (nem konstans)
 - e) (a_n) korlátos és divergens
8. Mi a köv. két állítás kapcsolata?
 - a) $\frac{a_{n+1}}{a_n} \rightarrow 1$
 - b) $a_{n+1} - a_n \rightarrow 0$

Számsorozatok (56-os dia)

2. $n^\pi \rightarrow ?$

3. $\frac{\sin n}{n} \rightarrow ?$

4. $\sqrt[3]{3n^3 + n^2 + 5n + 2} \rightarrow ?$

5. $\lg(n^4 - 2n^2 + 5n - 22) \rightarrow ?$

(66-os dia)

1. a) $\pi n^2 - 5n - 7 \rightarrow ?$ b) $-\sqrt{3}n^{11} + 4n^8 - 8n^5 + n^3 - 121 \rightarrow ?$

2. $\frac{5n-7}{3-2n} \rightarrow ?$

3. $\frac{3n^2+2n+7}{11n^7-5n^2-\pi} \rightarrow ?$

4. $\left(\frac{2n^2+3n-5}{3n^2+26}\right)^3 \rightarrow ?$

5. a) $\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1} \rightarrow ?$ b) $\sqrt{n+2}(\sqrt{n+5} - \sqrt{n}) \rightarrow ?$

(66-os dia - folytatás)

6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+2}+3n}{3n-6} = ?$

7. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{28n+1}{7n-1}} = ?$

8. Konvergens-e, ha igen, hová? $\frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{3}{6}, \frac{4}{7}, \frac{5}{8}, \dots$

9. $\frac{n^7-11n^2-1}{n^5+6n^3+1} \rightarrow ?$

10. a) $\frac{(-n)^3}{n^2+1} \rightarrow ?$ b) $\frac{(-n)^2}{n^7+8n^2+1} \rightarrow ?$ c) $\frac{(-n)^2+n-1}{8n^2-n+1} \rightarrow ?$

(72-es dia)

1. Monoton-e? Korlátos-e alulról, felülről?

(a) $n^2 + 2n + \pi$

(b) $n^2 - 10n + 25$

(c) $\frac{2n+1}{3n+2}$

(d) $n \cdot 3^{-n}$

(e) $n + \frac{1}{n}$

(f) $(-1)^n \cdot n$

(g) $\sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

(80. dia)

3. $\left(\frac{n+4}{n-2}\right)^n \rightarrow ?$

4. $\frac{0,5^n + 3}{0,2^{3n} - 6} \rightarrow ?$

5. a) $\sqrt[n]{17+n} \rightarrow ?$ b) $\sqrt[n]{2^{7+n}} \rightarrow ?$

6. a) $\sqrt[n]{2^n + 3^n} \rightarrow ?$ b) $\sqrt[n]{2^{\sin n}} \rightarrow ?$

7. $\left(1 - \frac{1}{3n}\right)^n \rightarrow ?$

8. a) $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+569} \rightarrow ?$ b) $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n-1} \rightarrow ?$

9. $\frac{2^n + 3^n}{3^n - 4^n} \rightarrow ?$

(84. Dia („vegyes”))

1. $\frac{-n^2}{2n+\pi n^2-1} \rightarrow ?$

2. $\sqrt{3n+1} - \sqrt{n+1} \rightarrow ?$

3. A t paraméter mely értékei esetén lesz konvergens az $a_n = \left(\frac{t+4}{2t-3}\right)^n$ sorozat?

4. Legyen $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)^n$, amikor a limesz létezik és véges.

Mi Dom f ?

5. a) $\sqrt[n^2]{n^2} \rightarrow ?$ b) $\sqrt[n]{n^2} \rightarrow ?$ c) $\sqrt[n^2]{n} \rightarrow ?$

7. $\sqrt[n]{3^{9+4^n}} \rightarrow ?$

8. a) $\sqrt[n]{\log n} \rightarrow ?$ b) ${}^{\log} \sqrt[n]{n} \rightarrow ?$

9. $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}\right] \cap \left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{2^3}\right] \cap \left(-\frac{1}{4}, \frac{1}{2^4}\right] \cap \left(-\frac{1}{5}, \frac{1}{2^5}\right] \cap \dots = ?$

10. Mennyi $0.1999\dots = 0.1\dot{9}$?

11. Hol a hiba? $n \rightarrow 1$, mert $n = (\sqrt[n]{n})^n$ és $\sqrt[n]{n} \rightarrow 1$, így az n . hatványa is.

Függvények (25. dia)

1. Mi a legbővebb halmaz, ahol értelmezni lehet?

(a) $f(x) = \frac{x^2}{1+x}$

(b) $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{2-x} + \frac{1}{x-1}$

(c) $f(x) = \sqrt{2+x-x^2}$

(d) $f(x) = x - 2\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$

(e) $f(x) = \log(x^2 - 4x + 3)$

(f) $f(x) = \frac{\log(-x)}{\sqrt{x}}$

(g) $f(x) = \frac{\log x}{\sin x}$

2. Mutassuk meg, hogy

a) $\sin^2 x \neq \sin x^2$ b) $\sqrt{x^2} \stackrel{?}{=} \sqrt{x}^2 \stackrel{?}{=} x$

c) $\log x^2 \stackrel{?}{=} 2 \log x$ d) $\log x^3 \stackrel{?}{=} 3 \log x$

e) ha $f(x) = x - 1$, $g(x) = \frac{x^2-1}{x+1}$, akkor $f \neq g$

f) ha $f(x) = 2x(x+1)(x-1)$, $g(x) = 2x^3 - 2x$, akkor $f = g$

3. Ha $Dom f = [0, 1]$, akkor mi $Dom g$ ha

a) $g(x) = f(x-5)$ b) $g(x) = f(4x+3)$ c) $g(x) = f(3x^2)$

Függvények (63. dia)

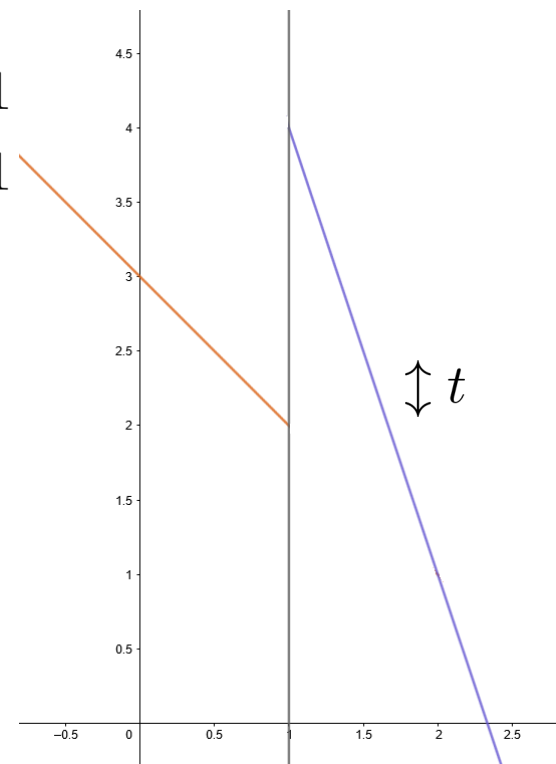
2. Páros, páratlan-e? $3x-x^3$, $\frac{x}{1+x^2}$, $x^2 \cos x$, $\{x\}$, $[x]$, $\log \frac{1-x}{1+x}$, $\log(x+\sqrt{x^2+1})$

3. Adjunk meg periódust: $\{x\}$, $\sin \frac{x}{5}$, $7 \sin(\sqrt{2}x+3) - 2$, $\cos \frac{x}{2} + \tan \frac{x}{3}$

4. Hogyan kell megválasztania a t valós számot, hogy az

$$f(x) = \begin{cases} -x + 3 & \text{ha } x < 1 \\ -3x + t & \text{ha } x \geq 1 \end{cases}$$

függvény monoton fogyó legyen?



Függvények (71. dia)

1. Mi az inverz függvény?

(a) $2x + 3$

(b) e^{x^3}

(c) $(x + 7)^5 - 11$

(d) $\log \frac{1+x}{1-x}$

2. Mi az értelmezési tartomány, értékkészlet?

(a) e^{x^3}

(b) $e^{\frac{1}{x}}$

(c) $\log(x + \sqrt{x^2 + 1})$

(d) $\log^2 x$

(e) $\frac{x^2}{x^2-3}$

Az összetett függvényeket **alkalmazni** kell tudni!

Határérték (32. és 38. dia)

$$1. \lim_1 \frac{x^3 + 6x^2 + 7}{x^2 + 5}$$

$$2. \lim_0 \frac{x-2}{\sqrt{2+x}} + \frac{\sin x}{x}$$

$$3. \lim_0 x \cos x + (x + 2)^3$$

$$4. \lim_0 \frac{x}{\sin 5x}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\sin 3x}$$

$$6. \lim_0 \frac{\sin(1 - \cos x)}{1 - \cos x}$$

$$7. \lim_0 \frac{\sin(\sin(\sin x))}{x}$$

$$8. \lim_0 \frac{\sin^2 x}{\sin x^2}$$

$$1. \lim_{+\infty} \frac{4x^3 + 2x + 8}{3x^3 - 5x + 1}$$

$$2. \lim_{+\infty} \frac{2 + \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}}$$

$$3. \lim_{+\infty} \frac{2^x + 3^x}{3^x - 4^x}$$

$$4. \lim_{+\infty} \frac{e^x + 2}{2e^x + 3}$$

$$5. \lim_{0^+} \frac{2e^{\frac{1}{x}}}{e^{\frac{1}{x}} + 1}$$

$$6. \lim_{+\infty} \frac{\sin x}{x^2}$$

$$7. \lim_{+\infty} \frac{x + \cos x}{x}$$

$$8. \lim_{+\infty} x + \sqrt{1 + x^2}$$

Határérték (40. dia)

1. $\lim_2 \frac{x^2-4}{x-2}$

2. $\lim_0 \frac{4x^3-2x^2+x}{3x^2+2x}$

3. $f(x) = \frac{x^2+3x-10}{3x^2-5x-2}$.

$\lim_0 f = ?$ $\lim_2 f = ?$ $\lim_{+\infty} f = ?$

4. a) $\lim_3 \frac{6}{x^2-9} - \frac{1}{x-3}$ b) $\lim_{t \rightarrow 0} \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{t^2+t} \right)$

5. a) $\lim_0 \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x^2}$ b) $\lim_0 \frac{\sqrt{1+x+x^2}-1}{x}$

6. $\lim_0 \frac{e^x-1}{e^{2x}-1}$

7. $\lim_{+\infty} \sqrt{9x^2-x} - 3x$

8. a) $\lim_9 \frac{\sin(\sqrt{x}-3)}{x-9}$ b) $\lim_{-1} \frac{\sin(x^2-x-2)}{x+1}$

9. $\lim_0 \frac{1+\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x}}$

10. $f(x) = \log_x 2$.

$\lim_{0+0} f = ?$ $\lim_{1-0} f = ?$

$\lim_{1+0} f = ?$ $\lim_{+\infty} f = ?$

11. Tudjuk, hogy $\lim_2 \frac{x^2+ax+2}{x-2}$ létezik és véges.
Mennyi ez a határérték? Mennyi a ?

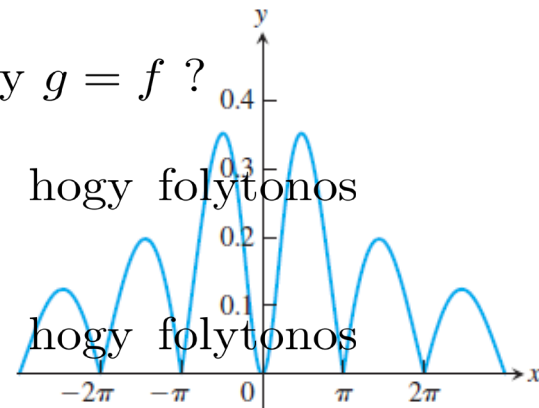
Határérték (56. dia)

1. Hol folytonos? $\left| \frac{x \sin x}{x^2+2} \right|$, $[x]$, $\{x\}^2$, $\frac{\log x}{\sin x}$

2. Hol folytonos $f(x) = \frac{x^2-4}{x+2}$? Igaz-e: $g(x) = x - 2$ -re, hogy $g = f$?

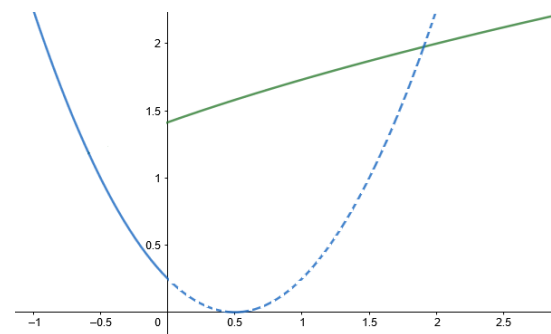
3. Legyen $g(t) = \frac{t^2+3t-10}{t-2}$. Hogyan definiáljuk g -t 2-ben, hogy folytonos legyen (mindenhol)?

4. Legyen $h(x) = \frac{\sin x}{|x|}$. Lehet-e h -t 0-ban úgy definiálni, hogy folytonos legyen (mindenhol)?



5. Milyen b -re folytonos? $g(x) = \begin{cases} \frac{x-b}{b+1} & \text{ha } x < 0 \\ x^2 + b & \text{ha } x \geq 0 \end{cases}$

6. Folytonos-e? $f(x) = \begin{cases} (x+2)\frac{\sin 3x}{x} & \text{ha } x \neq 0 \\ 6 & \text{ha } x = 0 \end{cases}$

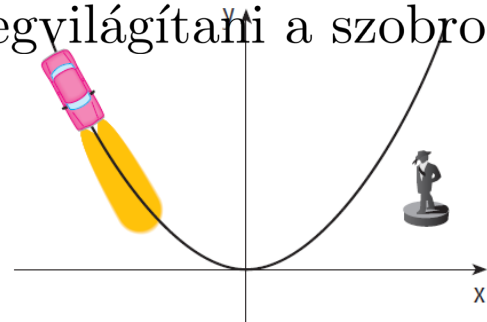


7. Milyen c esetén folytonos? $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+2} & \text{ha } x \geq 0 \\ (x+c)^2 & \text{ha } x < 0 \end{cases}$

8. Milyen a, b esetén folytonos? $f(x) = \begin{cases} -2 & \text{ha } x \leq -1 \\ ax - b & \text{ha } -1 < x < 1 \\ 3 & \text{ha } x \geq 1 \end{cases}$

Differenciálszámítás (48. dia)

1. Hol vízszintes a $2x^3 - 6x^2 + 8$ függvény grafikonjának az érintője?
2. Írjuk fel az érintő egyenletét a $2x^3 - 6x^2 + 8$ függvényre $x = 1$ -ben!
3. Van-e olyan pontja az $y = 2x^2 + x^3$ egyenletű görbének, melyhez tartozó érintő párhuzamos az $y = x$ egyenletű egyenessel?
4. Legyen $f(x) = ax^2 + bx$. Határozzuk meg a, b -t úgy, hogy f -nek $(1, 1)$ -ben érintője legyen az $y = 3x - 2$ egyenes!
5. Hol van olyan érintője a $\log x$ -nek, amelyik átmegy az origón?
6. Egy autó egy parabola alakú úton közlekedik, melynek egyenlete $y = \frac{1}{100}x^2$. Az autó a $(-100, -100)$ pontból indul. A $(100, 50)$ pontban van egy szobor. Melyik pontban fogja az autó lámpája megvilágítani a szobrot?



Differenciálszámítás (61. dia)

Deriváljuk:

1. $x + \frac{1}{x} + \sqrt{x}$

2. a) $5^x \cos x$ b) $xe^x \sin x$

3. $\sin \frac{1}{x}$

4. a) $\log \log x$ b) $\log \frac{1}{x^3}$

5. a) $\sin^{22} x$ b) $\sin x^{22}$ c) $\sin^3 x^3$

6. a) $\frac{x^4+x^3+1}{x^2+1}$ b) $\frac{\cos 3^x+5}{x^2 \log \sin x}$

7. a) $\frac{1}{\sqrt{\cos 3x}}$ b) $\sqrt{\sqrt{x} + x^2}$

8. $x^3(x-2)^2(x+4)^5$

9. $(2x-5)^3(x^2+4x+11)^9$

10. a) $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}$ b) $\frac{x^2-1}{x-1}$ c) $\frac{x^2-1}{x^2}$

11. a) $(\sin x)^{\cos x}$ b) $x^{\frac{1}{x}}$ c) x^{x^x}

12. $f(x) = xe^x$ $f'(0) = ?$

13. a) $(f(x^2 + 2x + 3))' = ?$

b) $(\sin f(x))' = ?$

14. Vezessünk le szabályt $(f \cdot g \cdot h)'$ -ra!

15. Mutassuk meg:

Ha f páros, akkor f' páratlan

16. A lenti táblázat alapján állapítsuk meg mennyi

a) $(f + g)'(2)$ b) $(f \cdot g)'(5)$

c) $(f \circ g)'(3)$ d) $(g \circ f)'(1)$

e) $(f \circ f)'(1)$ f) $(f^2)'(1)$

x	$f(x)$	$f'(x)$	$g(x)$	$g'(x)$
1	3	3	2	2
2	4	4	4	0
3	6	1	1	0
4	-1	0	1	1
5	2	5	3	3

Differenciálszámítás ALKALM. (42. dia)

1. Igazoljuk: a) $1 + x + \frac{x^2}{2} \leq e^x$ ha $x \geq 0$

b) $\sqrt{1+x} < 1 + \frac{1}{2}x$, ha $x > 0$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\log(1+x)} = ?$

3. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{\operatorname{tg} x - x} = ?$ b) $\lim_0 \frac{\sin(1 - \cos x)}{1 - \cos x}$

4. $\lim_0 \frac{\sin 7x}{\sin 3x}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1} = ?$

6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-x} = ?$

7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{x^2}}{x e^x} = ?$

8. $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\cos \frac{1}{n} - 1) = ?$

9. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{x^2 - 1} - \frac{1}{x - 1} = ?$

10. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[n]{n})^{\log n} = ?$

11. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x - x^2 = ?$

12. Határozzuk meg a, b -t úgy, hogy

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax+b}-2}{x} = 1 \text{ legyen!}$$

13. $\lim_{x \rightarrow 0+0} (4x + 1)^{\frac{\cos x}{\sin x}} = ?$

14. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} = ?$

15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - x^2 \sin \frac{1}{x}}{\sin x} = ?$

16. $\lim_{x \rightarrow e} \frac{\log(\log x)}{\sin(x-e)} = ?$

17. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin \frac{1}{x} = ?$

18. Mutassuk meg: $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1$

19. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log^{1000} x}{x} = ?$

20. Hogyan kell értelmezni $\frac{3^x - 2^x}{x}$ -t 0-ban, hogy mindenhol folytonos legyen?

Függvénydisszkusszió (40. dia)

Elemezzük a lenti függvényeket a következő szempontok szerint:

- **Dom f**
- **Monotonitás**
- **Lokális szélsőérték helyek és szélsőértékek**
- **Abszolút szélsőérték helyek és szélsőértékek**
- **Konvexitás**
- **Határérték végtelenben / Dom f végpontjaiban**
- **(Ran f , függvény paritása, zérushelyek)**

1. $x^3 - 2x^2$

2. $x + \frac{1}{x}$

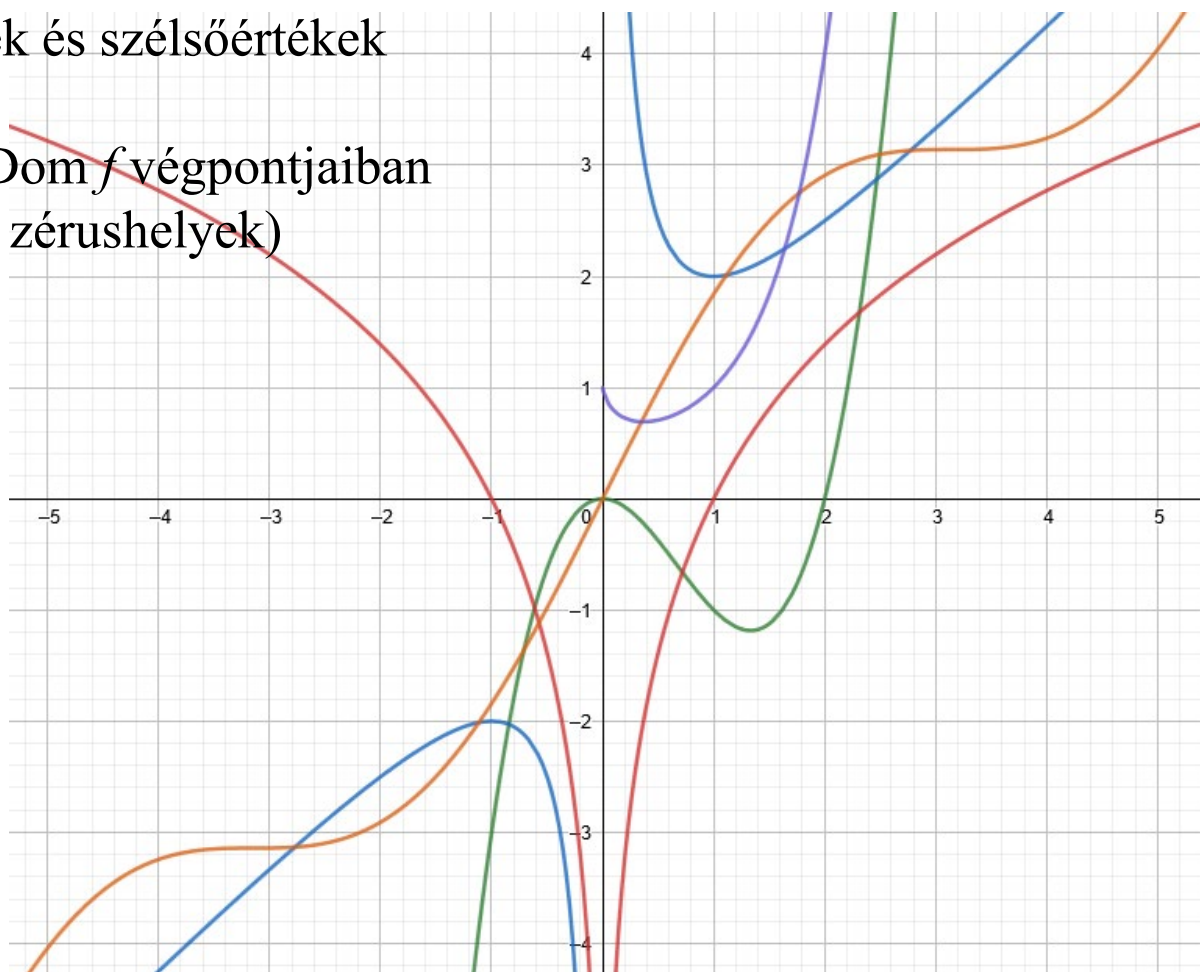
3. $\log x^2$

4. $x + \sin x$

5. x^x

6. $e^{\frac{1}{x}}$

7. $\frac{x}{x^2 + 1}$



Határozatlan integrál, primitív függvény (17. dia)

Sejtsük meg:

1. $\int 2x(x^2 + 11)^7$

2. $\int \cos x \sin^4 x$

3. $\int \frac{3x^2 + 4}{x^3 + 4x - 8}$

4. $\int (x + 3)(2x^2 + 12x + 17)^3$

5. $\int \frac{1}{x} \log^9 x$

Mi a közös?

Határozatlan integrál, primitív függvény (30. és 31. dia)

$$1. \int \frac{(x^2+1)^2}{x^3}$$

$$2. \int e^x \left(1 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x}\right)$$

$$3. \int \frac{x-1}{x+1}$$

$$4. \int \frac{1}{\sqrt{3-2x}}$$

$$5. \int \cos 3x$$

$$6. \int (2x+7)^5$$

$$1. \int \frac{2x-5}{x^2-5x+7}$$

$$2. \int \sin x \cos^3 x$$

$$3. \int \frac{\sin x \cos x}{1+\sin^2 x}$$

$$4. \int x e^{2x}$$

$$5. \int e^x \sin x$$

$$6. \int \log x$$

Határozatlan integrál, primitív függvény (36. és 57. dia)

1. $\int \frac{3x+2}{\sqrt{2x+3}} dx$

2. $\int \cos \log x dx$

3. $\int x e^{x^2} dx$

4. $\int x^2 \sqrt{x^3 + 1} dx$

5. $\int 2^{\log x} dx$

6. $\int \frac{1}{(1+\sqrt{x})^3} dx$

1. $\int \frac{2x-1}{(x-1)(x-2)} dx$

2. $\int \frac{1}{x^2 - 5x + 4} dx$

3. $\int \frac{x^2 + 7}{x^2 - 5x + 4} dx$

4. $\int \frac{2-5x}{x^2 - 7x + 12} dx$

5. $\int \frac{x}{(x+1)(x+3)(x+5)} dx$

Határozatlan integrál, primitív függvény (58. dia)

$$1. \int \frac{e^{2x} + 1}{e^x}$$

$$2. \int x^2(1 + x^3)^{14}$$

$$3. \int \frac{x^2}{1+x}$$

$$4. \int (2x^2 + x - 1)e^x$$

$$5. \int \log^2 x$$

$$6. \int \log x^2$$

$$7. \int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$$

$$8. \int \frac{2}{1+e^x}$$

$$9. \int \sqrt{e^x + 1}$$

$$10. \int \frac{6x+1}{3x+1}$$

$$11. \int \frac{1}{\sqrt{x+1}}$$

$$12. \int \frac{4+x^2}{4-x^2}$$

$$13. \int 3^{\cos x} \cdot \sin x$$

$$14. \int \sqrt{x} \log^2 x$$

$$15. \int 2xe^{x^2} \cos e^{x^2}$$

$$16. \int \frac{\sqrt{900-x^2}}{x}$$

A behelyettesítéssel
megoldható
integrálok
„hatosfeladatosak”...

Határozott integrál (9. dia)

1. $\int_1^4 \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} dx = ?$

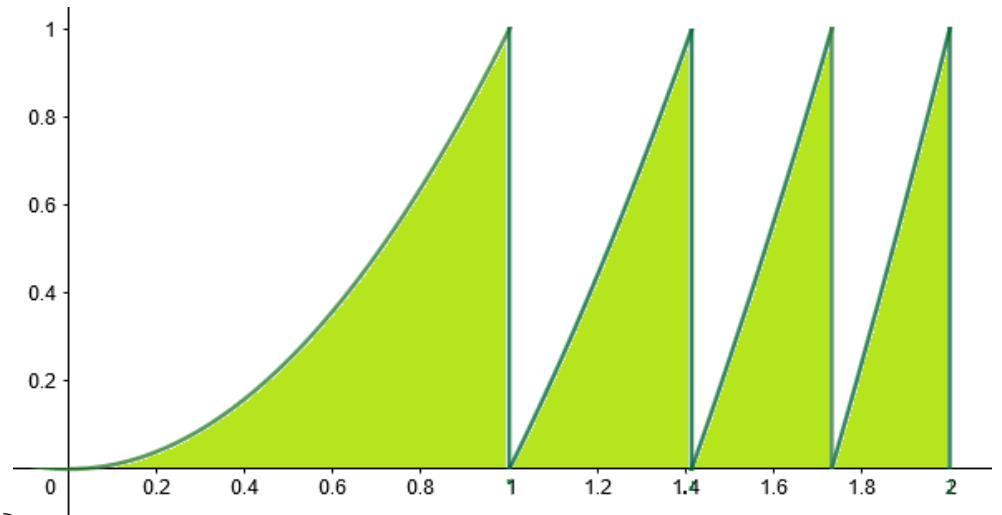
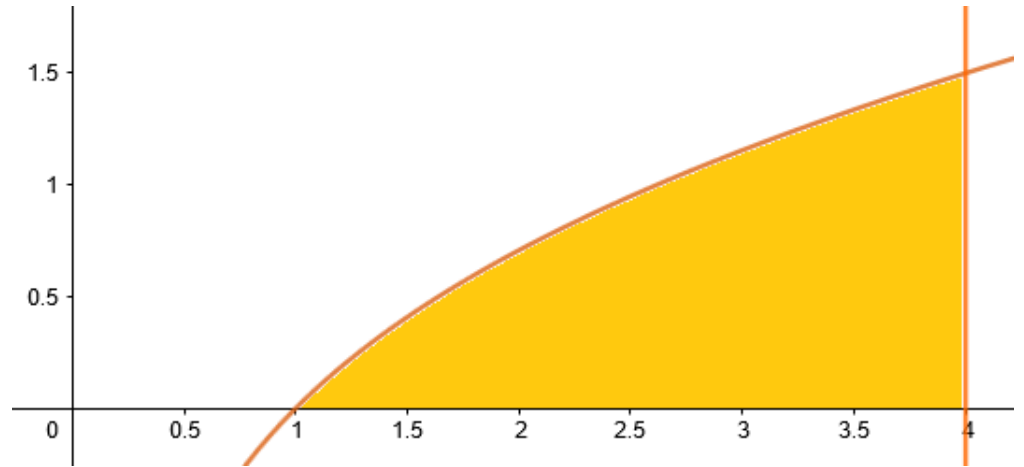
2. $\int_1^2 \log x$

3. $\int_1^2 \frac{dx}{x+3}$

4. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x$

5. $\int_{10}^{11} \frac{1}{x^2 - 5x + 4}$

6. $\int_{-2}^1 |x|$



7. a) $\int_0^4 [x]$

b) $\int_0^4 \{x\}$

c) $\int_0^2 \{x^2\}$

Határozott integrál - improprius (26. dia)

1. $\int_2^{+\infty} \frac{3}{x^5} dx$

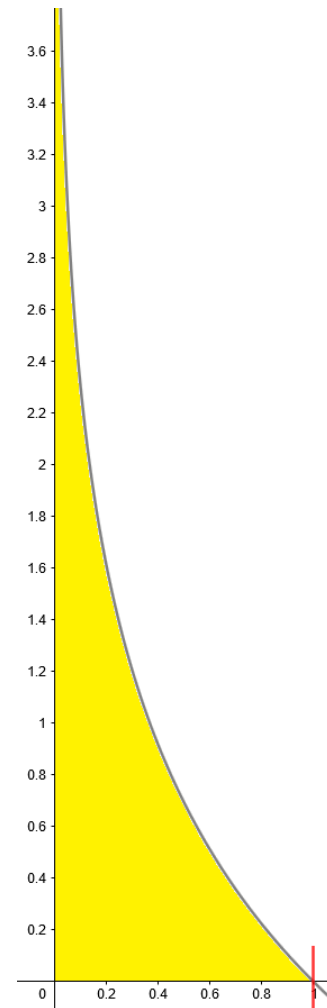
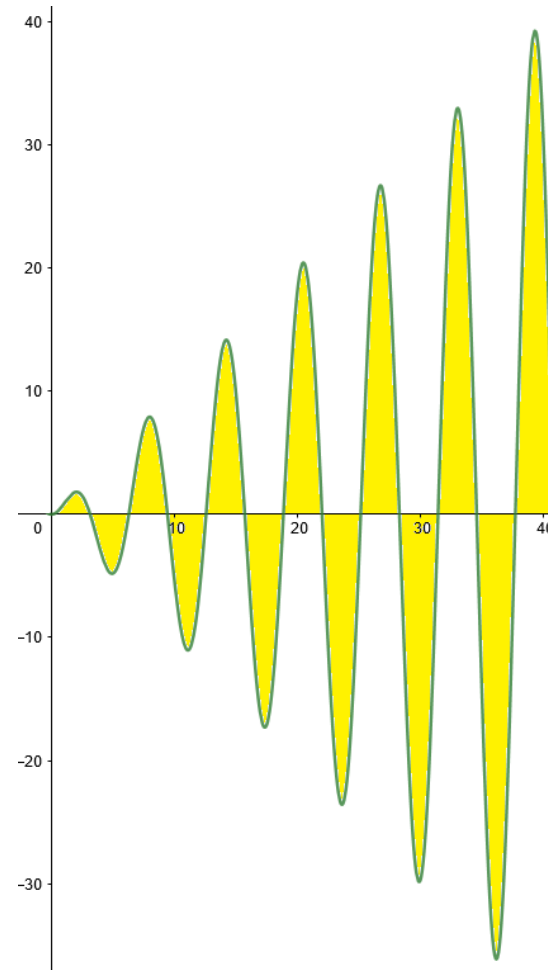
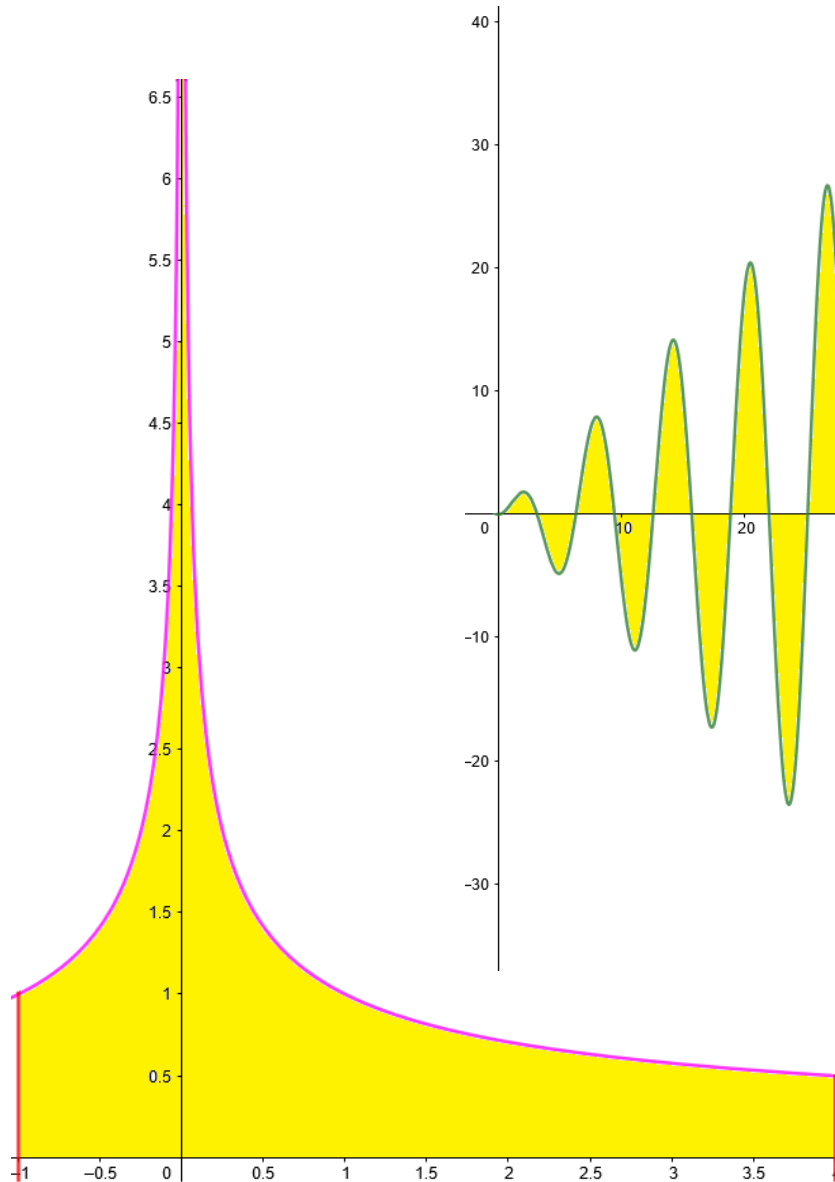
2. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+1}$

3. $\int_0^{+\infty} x \sin x$

4. $\int_0^1 -\log x$

5. $\int_{-1}^4 \frac{1}{\sqrt{|x|}}$

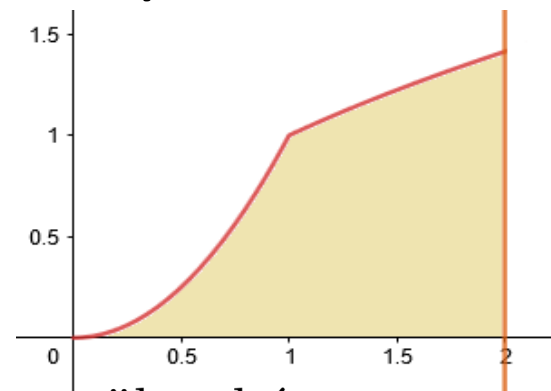
6. $\int_2^{+\infty} \frac{2}{x^2-x}$



Határozott integrál - (27. dia)

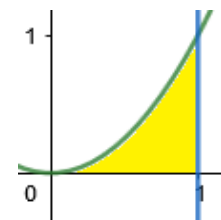
1. $\int_0^1 e^{3x} + \sqrt[3]{x\sqrt{x}} dx = ?$

2. $\int_0^2 f = ?$, ahol $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{ha } 0 \leq x \leq 1 \\ \sqrt{x} & \text{ha } 1 < x \leq 2 \end{cases}$



3. Az ábrákon az x^2 függvény grafikonja alatti zöld idom területe háromszorosa a sárgának. Hol metszi a piros egyenes az x -tengelyt?

4. $\int_{-\infty}^{+\infty} xe^{-x^2} dx = ?$



5. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} 4x \cos 3x = ?$

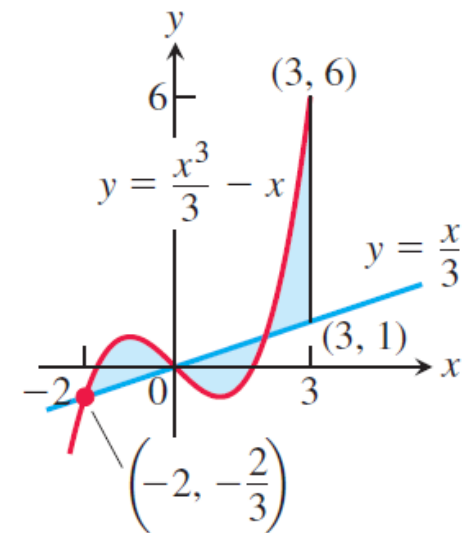
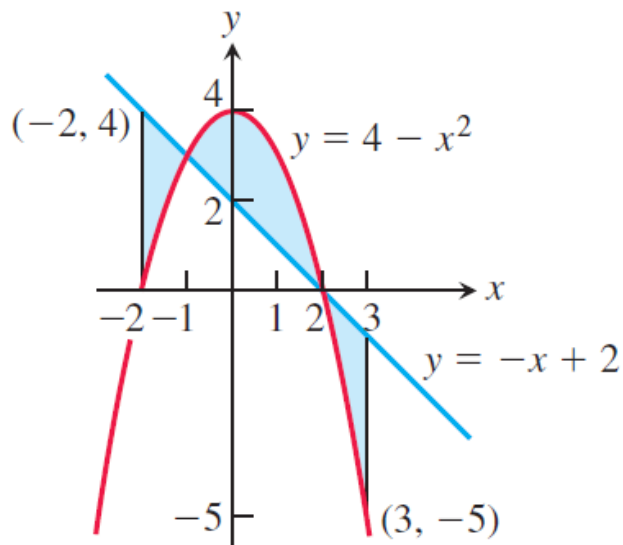
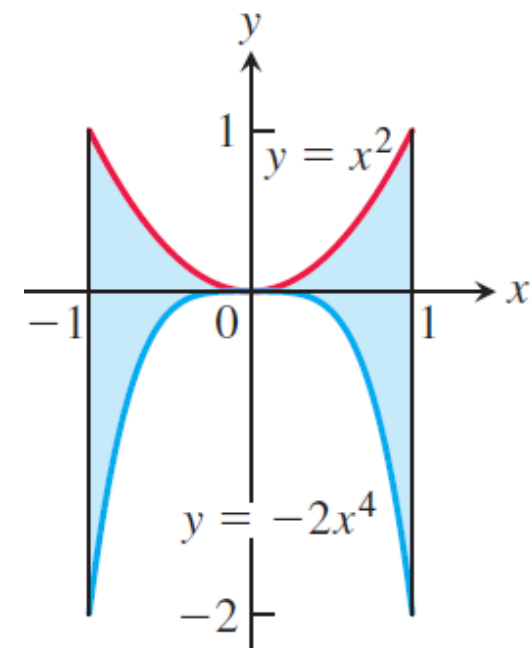
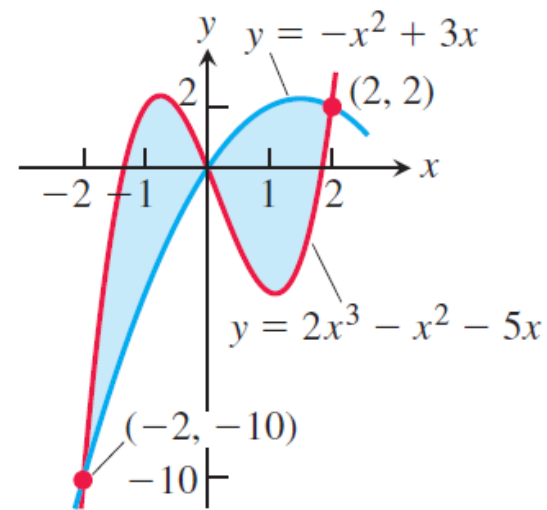
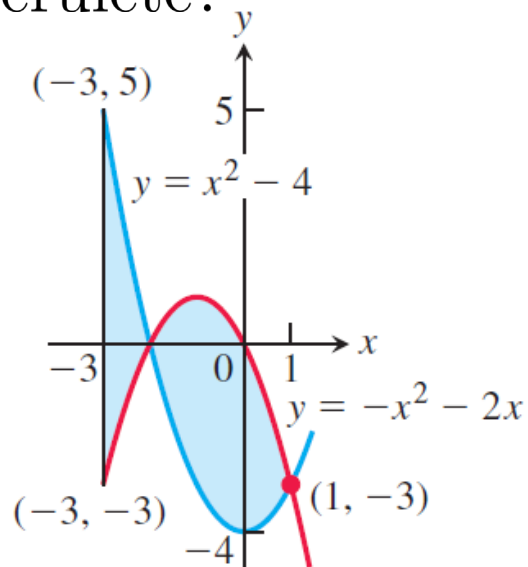
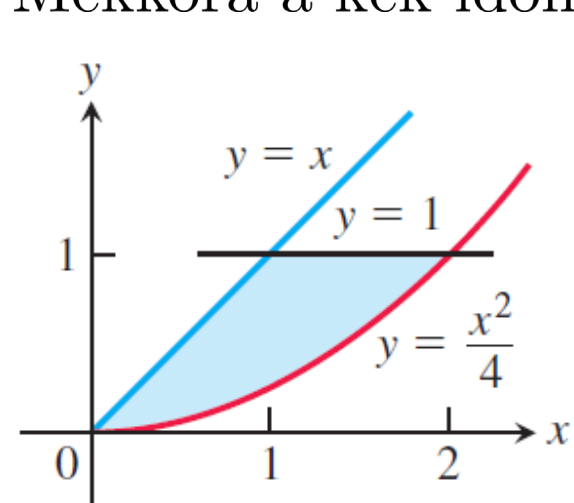
6. Mutassuk meg, hogy egyetlen olyan a szám van, melyre $\int_1^a \frac{1}{x} dx = 1$

7. Oldjuk meg az alábbi egyenleteket:

a) $\int_x^{2x} 2t + 5 dt = 2x^2 + 6$ b) $\int_{\frac{1}{2}}^x 8t dt = \int_x^1 -3t^2 dt$

Határozott integrál ALKALM. - (19. dia)

Mekkora a kék idomok területe?



Határozott integrál ALKALM. - (39. dia)

1. Mekkora a $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$ függvény görbe alatti területe $x = -6$ és $x = 2$ között?

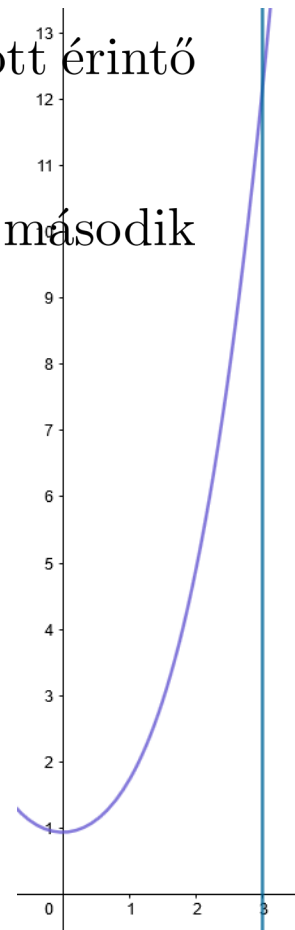
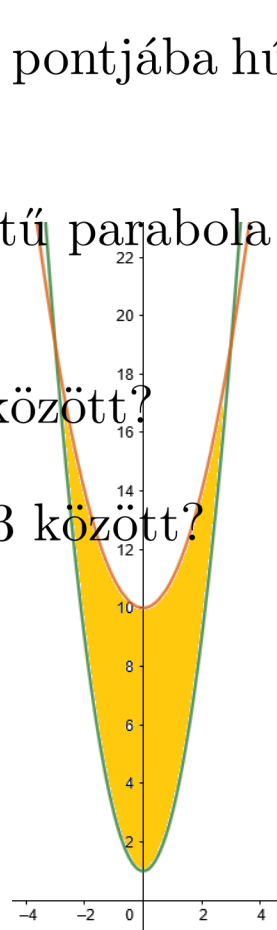
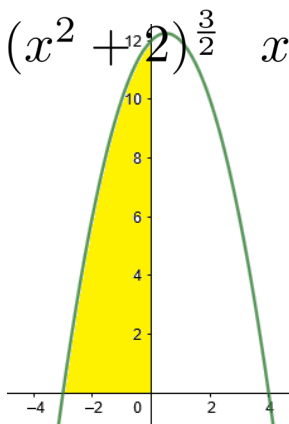
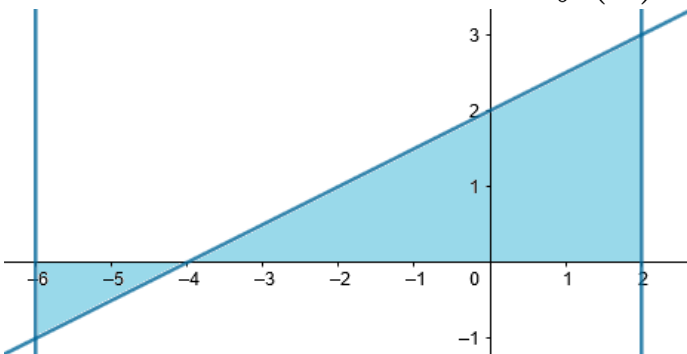
2. Mekkora a $f(x) = 2x^2 + 1$, $g(x) = x^2 + 10$ függvények grafikonja között bezárt terület?

3. Mekkora területet zár be az $-\frac{1}{2}x^2 + 3$ görbe, a $(2, 1)$ pontjába húzott érintő és az x tengely?

4. Mekkora területet vág le az $-x^2 + x + 12$ egyenletű parabola a második síknegyedből?

5. Mekkora az ívhossz: $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ $x = -1$ és 1 között?

6. Mekkora az ívhossz: $f(x) = \frac{1}{3}(x^2 + 2)^{\frac{3}{2}}$ $x = 0$ és 3 között?



Határozott integrál ALKALM. - (40. dia)

1. Mekkora a forgástest térfogata? $f(x) = e^{-x}$ $[0, 1]$ -ben
2. Vegyük az x^2 és $0,5x^2 + x + 7,5$ egyenletű parabolák által határolt síkrészt, ezt forgassuk meg az x tengely körül. Mekkora a térfogata?
3. Integrálszámítás segítségével számítsuk ki
 - a) a 3-dimenziós gömb térfogatát
 - b) az egyenes körkúp térfogatát
4. Mekkora a forgástest térfogata, felszíne? $f(x) = \frac{1}{x}$ $[1, +\infty)$ -ben
5. Mekkora az ábrázolt forgástest felszíne?
6. Mekkora az ábrázolt forgástest térfogata?

