

# A klasszikus fizikai világkép

Kb. 200 évig,  
a 17. sz. végétől a 20. elejéig  
uralkodó mechanikai modell

**Jellemzői:**

## I. mechanikai világkép

gör. mékhanikósz jelentése:

1. mesterien megszerkesztett
2. gépszerű
3. erőtani elveken alapuló

innen:

1. A természet mesterien megszerkesztett gépezet. Van egy intelligens tervezője: Isten
2. A természet gépezet, nem élőlény, nem látszatok labirintusa. A természet óramű. (Kepler: „az égi gépezet nem valamiféle isteni élőlény, hanem olyasmi mint egy óramű.”)
3. Ezen óramű működése a mozgásokra és az erőkire kimondott törvényeken alapszik.

A mechanikai világképben a természet minden jelenségét (a szabadeséstől a villámláson át a mágnesességig) végső soron **mozgástani és erőtani (kinetikai és dinamikai) törvények** magyarázzák.

A magyarázat alapfogalmai tehát a mozgás (sebesség), hely (út), idő, gyorsulás, tömeg, lendület, erő.

## II. kvantitatív világkép

A természet törvényei **mennyiségi** törvények (nem morális, allegorikus, esztétikai, vallási vagy egyéb törvények).

A mennyiségi törvények **matematikai** formulákba tömöríthetők.

A természet működése matematikailag leírható, minden megnyilvánulása, jelensége **kiszámolható**.

**Bármely jelenség klasszikus fizikai leírásának formája:**

**egyenlet, függvény, differenciálegyenlet, integrálegyenlet.**

### III. determinisztikus világgép

A természet mindig és mindenütt követi a természettörvényeket. Működésében nincs véletlenszerűség vagy kiszámíthatatlan szeszélyesség (Einstein: „Isten nem kockajátékos”). A természet determinált működés.

Így a matematikai formulák révén a természeti jelenségek számszerűen előrejelezhetők (pl. egy holdfogyatkozás)

### IV. atomisztikus világgép

Reneszánsz hatás: az ókori atomelmélet felfedezése (Démokritosz, Epikurosz, Lucretius)

**gör. atomosz = lat. indivisibilis = oszthatatlan epikurosz atom ↔ arisztotelészi folytonosság**

**epikurosz úr ↔ arisztotelészi horror vacui**

**Galilei** (*Aranymérleg*, 1623) →

**Gassendi** (1592-1655) epikureista-atomista fizikája: atomok abszolút tér-időben →

(Barrow és) **Newton** fizikája

**A nem-atomisták: Descartes és Leibniz**

# Kitekintés:

A következő századok (18-19. sz.) fizikájában jelen lesz az éter fogalma, ám státusza tisztázatlan marad: valóság, vagy fogalmi konstrukció, hipotézis? → Relativitáselmélet

## V. kauzális világmagyarázat

A természetben minden eseménynek, jelenségnek oka van. Ok nélkül semmi sem történik.

A klasszikus fizika **alaptörvények** (pl. „a rész kisebb mint az egész”, „ha nincs behatás, nincs állapotváltozás” stb.) + **alapfogalmak** (pl. anyag, atom, mozgás, ütközés, idő stb.) segítségével minden **jelenségre magyarázatot** törekszik adni:

**Causa** (törvények+fogalmak+körülmények együttállása)  
→ **effectus (jelenség, okozat)**

A kauzális magyarázat igényével a klasszikus fizika az arisztotelészi követője marad:

„Ismerni egy dolgot annyi, mint ismerni az alapvető okait.” (Fizika I.1.) →

„Igazán tudni annyi, mint az okokat megismerni.” (Bacon: Novum organum II.)

**A klasszikus fizikai világkép tehát a természet**

**mechanikai, kvantitatív,  
determinisztikus, atomisztikus  
és kauzális**

**leírását-magyarázatát nyújtja.**

# A klasszikus fizikai világkép leváltói:

- **a relativitáselmélet**

(1887 Michelson-Morely kísérlet, 1904 Lorentz, 1905 Einstein, 1906 Poincaré ↔ newton-i abszolút tér-idő. Az új abszolútum a fénysebesség lesz, a tér-idő relatívvá válik.)

- **és a kvantummechanika**

(1900 M. Planck: az energia kvantumozott természetű, „adagokban” jelentkezik ↔ Newton-Leibniz-i folytonosság, 1913 Bohr atommodell ↔ klasszikus atomizmus, 1926 Schrödinger hullámegyenlet, 1927 Heisenberg határozatlansági reláció)

## A klasszikus fizikai világkép kialakulása

Nagyjából a 17. században:

(Kopernikusz →) Kepler, Galilei,

F. Bacon, Descartes stb. →

Newton, Leibniz munkásságáig

A legfontosabb tényezők:

# 1. Kísérletező-empirikus fordulat a tudományos gondolkodásban ↔ skolasztika, Arisztotelész

- Francis Bacon: *Novum organum* (1620): Szillogizmus helyett **induktív módszer**: tapasztalatok, tények gyűjtése + jegyeik táblázatba rendezése, összekapcsolása + kísérleti ellenőrzés → ált. törvényszerűségek és ált. fogalmak.
- Galileo Galilei: tapasztalati-kísérletező módszer: „Az igazság feltárásának biztos módja az, hogy a tapasztalást elébe helyezzük mindenfajta vitának.” (*Aranymérleg*, 1623)

## Sir Francis Bacon (1561-1626)



Kopernikusz és Galilei tanait értetlenséggel fogadja:

„agyrémekkel és őrült hipotézisekkel szórakoztatnak bennünket”

Új tudományos módszer:

hangya és pók helyett méh

A törzs, barlang, piac, színház bálványainak kritikája

Új Atlantisz (→Royal Society)

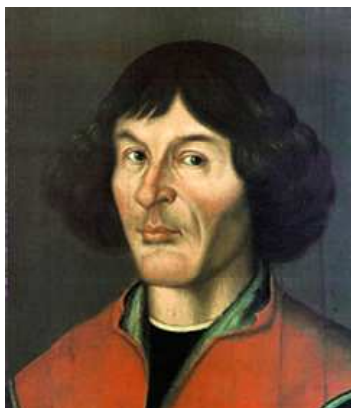
Elítéli az intuíciót és a hipotézisalkotást, nem ért a matematikához, fizikához



## 2. Heliostatikus világkép:

- 1543 Kopernikusz: *De revolutionibus orbium celestium* (Az égi pályák körforgásáról)
- 1609 Kepler: *Astronomia nova seu Physica coelestis* (Új asztronómia avagy az égi Fizika), benne a 2 Kepler-törvény
- 1619 Kepler: *Harmonices mundi* (A világ harmóniája), benne a 3. Kepler-törvény
- Galilei a kopernikuszi tanok népszerűsítője, 1610: *Sidereus Nuncius* (Csillag hírnök), 1612: *Három levél a Napfoltokról*, 1632: *Dialogo*
- 1630 Descartes: *Le monde* (az első újkori kozmogónia)
- 1687 Newton: *Principia*

## Kopernikusz (1473-1543)



Ptolemaiosz (90-160) geostatikus rendszerével szemben. Célja platóni: az egyenletes sebességű körpályák visszaállítása ( $\leftrightarrow$  ekvánsok).

A heliostatikus rendszer Osiander előszava szerint se igaz, se hamis, csak számolási hipotézis.

Luther: „Ez a bolond az egész asztronómiát a feje tetejére akarja állítani.”

# ptolemaioszi kozmosz

Schema huius planetarum distributionis Sphaerarum.



# kopernikuszi kozmosz



# Johannes Kepler (1571-1630)



Prágában Rudolf császár  
udvari csillagásza

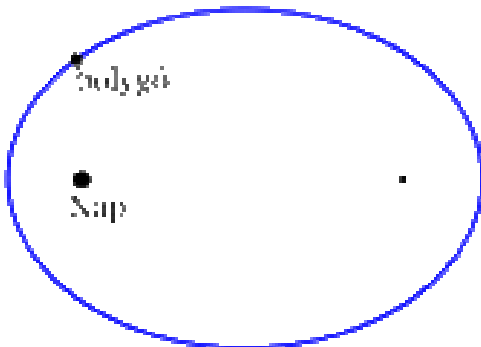
Tycho de Brahe utódja  
Galilei levelezőpartnere

Keresi a bolygómozgás  
természetes okát:

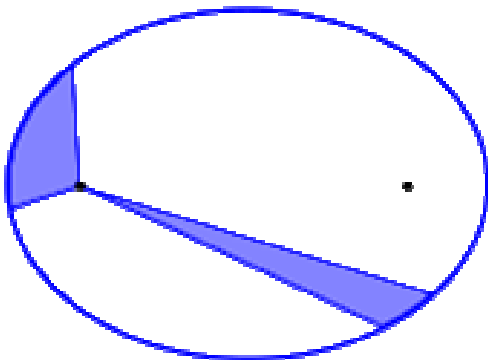
ez a Nappal kapcsolatos,  
és a Nap hatása függ a  
távolságtól:

$$v \sim 1/r$$

A bolygók ellipszis pályán  
keringenek a Nap körül



A bolygók napközelpén gyorsabban mozognak. Vezérsugaruk azonos idők alatt azonos területet sírol.



**A 3. Kepler-törvény: A bolygók keringési idejének négyzete a naptól való középtávolságuk köbével arányos.**

Vagyis ha  $a$  az ellipszis nagytengelyének fele (a középtávolság) és  $t$  a keringési idő, akkor a  $t^2 : a^3$  hányados minden naprendszerbeli bolygó esetén ugyanakkora.

→ Newton egyetemes gravitációs törvény

# Galileo Galilei (1564-1642)



Forgásparabolid súlypontja:  
(→ Arkhimédész)

Szabadesés időnégyzetes törvénye:

$$s_1 : s_2 = t_1^2 : t_2^2$$

Távcsövet, mikroszkópot készít

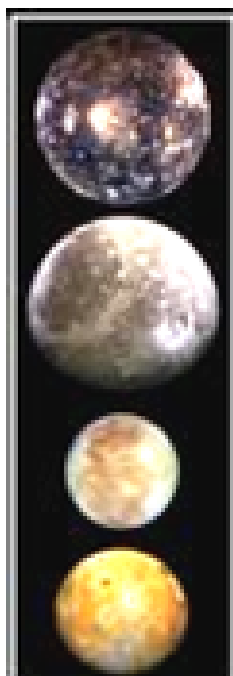
Jupiter holdak, Vénusz sarló,  
Holdhegyek, Napfoltok

Árapály magyarázata: Föld kotyogó  
bárka

Kepler ellipszispályáit elutasítja

1633 inkvizíciós pere

1637:  $v$  (pill.)  $\sim t$



# René Descartes (1596-1650)



Végtelen világmindenség kitöltve anyaggal (horror vacui). Az anyagot kezdetben Isten hozza mozgásba

Tehetlenség törvény: a mozgás külső behatás híján fennmarad

Háromféle anyag: fénylő (tűz, legfinomabb), átlátszó (levegő, híg), átlátszatlan (föld, durva)

Örvényelmélet: az anyag a világban örvénylik. Az örvények középpontja kezdetben a legfinomabb anyag, majd rárétegződik a többi. Ez az első fejlődési modell. (Newton vitatja majd.)

# Isaac Newton (1642-1727)



1665-66 differenciál-  
integrálszámítás

1668 tükrös távcső

1687 Kepler-törvények  
levezetése a Nap  
gravitációs vonzásából,  
mely hatás  $\sim 1/r^2$   
( $r$  a bolygó távolsága a  
Naptól)

### 3. Az égi és földi mechanika egyesítése

Galilei cáfolatai az égi-földi fizika középkori szétválasztása ellen.

Az égi világ sem változatlan, hanem olyan, mint a földi.

pl. üstökösök, napfoltok (→ a Nap forog),  
holdkráterek (→ a Hold nem tökéletes gömb)

Descartes kozmogóniája → Newton fizikája:  
ugyanazok a törvények érvényesek a Földön,  
mint az univerzumban (ált. gravitáció).



## 4. A fizika matematizálása (és ezzel együtt a matematika fizikalizálása):

Az infinitezimális számítás kifejlesztése

Arkhimédész (1558 Velence, Commandino-kiadás) → Galilei, Cavalieri, Pascal, Leibniz, Barrow, Newton

Galilei: „A természet könyve a matematika nyelvén íródott, betűi háromszögek, körök és más mértani ábrák, melyek nélkül lehetetlen megérteni emberi ésszel akár egyetlen szót is.”  
(*Aranymérleg*, 1623)

Következmény: a klasszikus fizika első és másodrendű differenciálegyenletekben gondolkodik, e nyelven beszél.

## G. W. Leibniz (1646-1716)



1684-ben a lipcsei Acta Eruditorum-ban hozza nyilvánosságra differenciál-számítási módszerét

A természetben nincs ugrás, folytonos átmenetek vannak

A testek lényege nem a kiterjedés, hanem az erő

Szerinte az  $mv^2$  mozgás-energia („eleven erő”) a megmaradó mennyiség ↔

Descartes, Newton:  $mv$  lendületmegmaradás



## Bonaventura Cavalieri (1598-1647)



1615: jezsuita szerzetes

Galilei tanítványa

1635:

Geometria indivisibilibus

## Issac Barrow (1630-1677)



A Trinity College  
matematika professzora

Newton tanára

fluxió módszer → Newton

## 5. A tudományos akadémiák megalakulása

1603 **Accademia dei Lincei** (Hiúzok Akadémiája).

Célja: az új tudományos eredmények népszerűsítése, Arisztotelész kritikája. Tagja többek közt Galilei.

1657 firenzei **Accademia del Cimento** (Kísérletezés Akadémiája)

1660 The **Royal Society** for the Improvement of Natural Knowledge

Célja: „Kísérletek útján fejleszteni a természeti dolgok és minden hasznos mesterség, ipar, mechanikai művelet, szerkezet és találmány ismeretét, nem foglalkozva teológiával, metafizikával és logikával.”

Tagjai: Boyle, Robert Hook, Barrow, Newton, Oldenburg, Mersenne stb.

1666 francia **Académie des Sciences** (alapítója Colbert)

Célja: a Napkirály tekintélyének növelése. Leghíresebb tagja: Huygens

## A 17. sz. legfontosabb találmányai:

### távcső

Hollandiában Hans Lippershey készíti az elsőt (1600-as évek eleje), majd Galilei (Jupiter holdak), Huygens (Szaturnusz gyűrűje és holdja) és Newton.

### ingaóra

1657 Huyghens, 1673 cikloidális inga

### mikroszkóp

1595 körül Hollandiában Hans Lippershey (aki az első teleszkópot is készítette), vagy Hans Janssen, vagy fia, Zacharias találhatta fel. Giovanni Faber nevezte el mikroszkópnak (gör. mikron = kicsi + szkopein = nézni) a Galilei által 1625-ben szerkesztett eszközt. (Galilei "occhiolino"-nak, kis szemnek nevezte.

# Newton és a klasszikus mechanika

1687-ben, Edmond Halley anyagi és erkölcsi támogatásával, megjelenik a *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, vagyis a *Fizika Matematikai Alapelvei*.

Tárgya: a „*Kopernikuszi hipotézis Kepler-féle változatának matematikai bizonyítása, mely az égi mozgások összességét azzal magyarázza, hogy a bolygók távolságuk négyzetével fordított arányban gravitálnak a Nap középpontja felé.*”

# Newton érdeme:

A korban két ismert elv (az empirikusan megállapított kepleri és a többek által gyanított távolság-négyzetes elv) matematikai összekapcsolása.

A kepleri bolygópályák fizikai megokolása a gravitáció segítségével.

- A gravitációs erő kétes státusza: távolhatással hat, nem kontaktus útján, mely az atomi modellben egyetlen lehetséges hatásátvitel.
- Newton 1679-ben még a bolygók mozgását a vegyi affinitásokkal analóg hatásban keresi: a gravitáció alkímiai (esetleg vallási) eredete.
- Később: „Nem bocsátkozom hipotézisekbe” a vonzó-taszító erők végső okáról. Vagyis nem fűz metafizikai interpretációt fizikájához.

# A Principia mozgástörvényei

## I. Tehetetlenség törvénye:

Egy abszolút tér-idő rendszerben (inerciarendszerben) lévő testek külső erőhatás nélkül vagy nyugalomban vannak, vagy egyenes vonalú egyenletes mozgást végeznek.

Már Galilei és Descartes is ismeri.

Köv.: a keringő bolygókra külső erő hat.

## II. Erőhatás törvénye, a dinamika alaptörvénye:

Egy test gyorsulása ( $\underline{a}$ ) egyenesen arányos a testre ható erővel ( $\underline{F}$ ) és fordítottan arányos a test tömegével ( $\underline{m}$ ).

Vagyis:  $\underline{a} = 1/\underline{m} \times \underline{F}$ . ( $\underline{F} = \underline{m}\underline{a}$ )

Az erőhatás már nem a mozgás fenntartója, mint Arisztotelésznél, hanem a mozgásállapot megváltoztatója.

Ezt az elvet ebben a formában Euler mondja majd ki (1752), Newton csak alkalmazza, és ő maga Galileinek tulajdonítja.

### III. Kölcsönhatás törvénye:

Ha egy testre egy másik  $\mathbf{F}$  erővel hat, az első a másikkra ugyanolyan nagy, de fordított irányú ellenerővel hat.

### IV. Szuperpozíció elve:

Ha egy testre egyszerre több erő hat, az erőhatások egymástól függetlenül adódnak össze.

### V. Általános tömegvonzás törvénye:

A testek tömegükkel arányos, távolságuk négyzetével fordítottan arányos erővel vonzzák egymást. Ez az erő a gravitáció.

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

## A newton-i mechanika utóélete

- A mechanika diadala a 18-19. században (Neptunusz felfedezése 19. sz. közepén, Laplace démona: a determinisztikus világ)
- Új erő a 18. században: elektromosság
- Új alaptörvény a 19. században: entrópia
- Új mechanika a 20. században: Einstein relativitáselmélete és a kvantummechanika

# Newton és a differenciálszámítás

Előzmények:

I. A kontinuum problémája

II. A 17. századi matematikai kalkulusok (Galilei, Cavalieri, Pascal, Barrow).

I. A kontinuum problémája

Az ókortól fogva két megközelítése van a kontinuumnak:

1. A kontinuum természeti adottság, mely potenciálisan osztható, de nem konstruálható meg pontokból vagy atomokból (Arisztotelész, Fizika)

2. Lehetséges a kontinuumot megkonstruálni.

Két klasszikus konstrukció:

a) Fluxus-konstrukció (Arkhüasztól, Platón matematikus mesterétől Isaac Barrow-ig, Newton mesteréig). Ez a kontinuumot a mozgás segítségével a „pont megfolyásaként” állítja elő (fluxus = folyás). Egy pont elmozdul és lenyomatként maga mögött hagyja a kontinuumot.

Barrow: „a vonal a pont nyoma, az idő a folyton tovatűnő pillanat nyoma” (*Lectiones geometricae*, 1670)

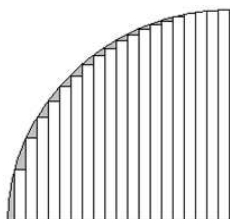
a) Oszthatatlanokból konstruált kontinuum (Galilei, Cavalieri, Pascal).

Galilei nagyság nélküli részekről beszél (parti non quante)

Cavalieri azt állítja, hogy a geometriai eljárások érvényét nem befolyásolják a filozófiai megfontolások a kontinuumról.

Oszthatatlanok: „végtelen kicsiny szakaszok”

Cavalieri, Roberval és Pascal módszere görbe vonalú síkidomok területének kiszámolására: pl. a negyedkör területét egyenlő szélességű téglalapokkal fedik le, melyek alapja a negyedkör alapján fekszik, magasságuk pedig akkora, hogy beleférnek a negyedkörbe. Az így lefedett terület kisebb a negyedkör területénél.





Ha a téglalapok számát megnöveljük (és szélességüket csökkentjük) a lefedetlen terület csökken. Ha a téglalapok számát tetszőlegesen nagynak - végtelennek - vesszük, a lefedetlen terület elhanyagolhatóan kicsi lesz, azaz a téglalapok felszínének összege megegyezik a negyedkör területével.

Ekkor a téglalapok szélessége végtelenül kicsi, más szóval infinitezimális lesz: a téglalapokból egyenesek lesznek.

E példát általánosítva egy szakaszt tekinthetjük végtelenül kicsi szakaszok (azaz pontok) összegének, egy síkot végtelenül kis szélességű téglalapok (azaz egyenesek) összegének, egy testet pedig végtelenül kis magasságú téglatestek (azaz síkok) összegének.

gy jutunk el az „oszthatatlanok” fogalmához.

Leibniz 1684 Acta Eruditorum, új típusú mennyiséget vezet be: a  $dx$  és  $dv$  „különbségeket”, a velük való számolást pedig differenciálkalkulusnak (különbségszámításnak).

A  $dx$  és  $dv$  különbségeket végtelen kicsinynek kell tekinteni: „érintőt találni egy görbéhez annyi, mint a görbe két, egymástól végtelenül kis távolságra lévő pontján át egyenest húzni.”

Huyghens 1691-es levele Leibnizhez: „Kérem, legyen világos, és ne feltételezze, hogy értjük az ön különbségi kalkulusát.”

Az új módszer Bernoulli szerint „inkább rejtély, mint magyarázat.”

Leibniz filozófiailag semlegesesen beszél ezen új mennyiségekről, mintha csak műveleti jelentőségük lenne: hasznos fikciók, mint az imaginárius számok. Olyan kis mennyiségek, melyek bizonyos összehasonlításokban elhagyhatók. A differenciák nem lehetnek „valamik”: státuszuk a valami és a semmi közt ingadozik. Inkább trükkök, fogások, mint dolgok.

Az oszthatatlanokkal és a differenciákkal szemben Newton a fluxus-konstrukcióra hivatkozik, és a matematikai mennyiségeket a fluxusból származtatja. Newton fluxióelméletét már 1665 körül használja, kifejtését az 1671-es *Methodus fluxionum* c. munka tartalmazza (csak a halála után jelent meg 1736-ban). Newton 1704-ben hozza nyilvánosságra a módszerét a *Tractatus de quadratura curvarum* írásában. Newton maga John Napier-t említi név szerint, mint akitől a fluxio és fluens terminusokat kölcsönözte (általánosságban utalást tesz „a régiekre”, feltehetőleg a platóni Akadémia matematikusaira).

Az 1704-es *Tractatus*ban Newton ezt írja:

„A matematikai mennyiségeket nem úgy tekintem, mint amik oszthatatlanokból, illetve egészen apró vagy végtelenül kicsiny részekből állnának, hanem úgy, mint amiket folytonos mozgás ír le. A vonalakat nem részek egymáshoz rakásával húzzuk meg, nem ebből erednek, hanem a pontok folytonos mozgásából, a síkok pedig a vonalak mozgásából, a testek a síkok mozgásából, a szögek a szögszárak elfordulásából, az idők a folytonos áramlásból és így tovább. *Ezek az eredeztetések (geneses) valóságosan megvannak a természetben, és a szemünk előtt nap mint nap lejátszódnak a testek mozgásakor.*”

Newton (és Barrow) tehát átülteti a természet mozgását a matematikába, a matematikai mennyiségeket mozgó fizikai entitásokként fogja fel: mielőtt mechanikájában matematizálná a természetet, már mozgó természetként gondolkodik a matematikáról.

Alapfogalmak:

**Fluens:** az időbeli **változás mennyisége**. Pl. mozgásnál a befutott út hossza ez a mennyiség, az út a fluens.

**Fluxio:** az előbbi mennyiség **időbeli változása** (sebesség). Ma ezt differenciálhányadosnak nevezzük.

**Momentum:** (pillanatnyi vagy végtelenül kis növekmény).

A Principia definíciói közt van a mennyiség momentuma:

„A mennyiségek momentumai azok a princípiumok, melyek a mennyiségeket folytonos folyással létrehozzák vagy megváltoztatják. Ilyen a jelen idő a múlt és jövő számára, a jelen mozgás az elmúlt mozgás számára, a centripetális erő az impetus számára, a pont a vonal, a vonal a felület, a felület a test számára.”

Newton másképp igazolja az új típusú mennyiségeket mint Leibniz: a végtelen kicsiny nála egy geometriai deformáció végállapota. Pl. egy pont elindul a másik felé, s végül egybeesnek.

Ha egy mennyiség időben nő (vagyis fluens), akkor minden pillanatban jelezhetjük a sebességét, azaz fluxióját. Newton fluxióos módszere e két mennyiség összefüggését matematizálja: differenciálegyenletek.

A fluxio és fluens Newton szemében egyszerre fizikai és matematikai, reális és konceptuális entitások! Többek pusztán számolási trükknél: ontológiai státuszuk van.

# A NEWTON TÁVCSŐ TÖRTÉNETE

- Az első távcsöveket Hollandiában készítette 1600-as évek elején Hans Lippershey (teleszkópnak nevezik: a görög *tele* = „messze”, „távol” és *szkopein* = „látni”, „nézni” szavakból). 1608-ban távcsövét felajánlja a holland hadseregnek. Nem marad hadititok: óár hónap múlva a francia királyhoz is eljut kettő, 1609-ben pedig Milánóba kerül egy.
  - Galilei itt találkozik vele, mintájára megépíti a saját távcsövét, és a velencei dózsénak adományoz egyet. Galilei csillagászati megfigyelésekre használja: a Jupiter négy holdját, a Vénusz fázisváltzásait és a Hold hegyeit fedezte fel a segítségével.
  - *Galilei-féle* távcső felépítése: egy nagyobb bikonvex objektív és egy kisebb bikonkáv okulár. Egyenes állású képet ad, nagyítása a 10x alatt marad.
- 
- Kepler elsőként írta le az optikai lencsék tulajdonságait és használatát a *Dioptrice* (1611) című könyveiben.
  - Kepler is készít távcsövet: a *Kepler-féle (vagy csillagászati)* távcső okulárja is bikonvex. Ezért fordított állású képet ad, de nagyítása 2x nagyobb a Galilei távcsőnél.

- Az első tükrös távcsövet (reflektort) 1672-ben építette Newton, miután a fénytörés jelenségének vizsgálata során rámutatott arra, hogy a lencsék a prizmaéhoz hasonlóan a fehér fényt színeire bontják, azaz a csillagok színes foltok lesznek fehér pontok helyett.
- Napjainkban szinte minden nagy teljesítményű távcső tükrös: a tükröket olcsóbb és egyszerűbb előállítani, továbbá 1 méternél nagyobb átmérőjű lencséket gyakorlatilag lehetetlen a szükséges pontossággal előállítani, és torzulásmentesen a távcsőbe szerelni.
- Napjaink leghíresebb Newton-féle távcsöve a Hubble űrtávcső.



**Newton távcsöve**



# A fizika fejlődése a 18-19. században

17.SZ. VÉGE:  
**NEWTONI  
MECHANIKA**

18. SZ. ÚJ ERŐ:  
**ELEKTROMOS  
ERŐ**

**KITERJESZTÉSE  
MEREV,  
FOLYÉKONYY ÉS  
RUGALMAS  
TESTEKRE**

19. SZ. ÚJDONSÁGA  
**TERMODINAMIKA**  
+ ÁLTALÁNOS ELVEK  
ENERGIAMEGMARADÁS  
ÉS ENTROPÍA-ELV

# Newton érdeme:

A korban két ismert elv –

az empirikusan megállapított kepleri és a többek által gyanított távolság-négyzetes elv –  
matematikai összekapcsolása.

A kepleri bolygópályák fizikai megokolása a gravitáció segítségével.

Matematikai módon bizonyítja a fizikai tételeit (de nem használja fluxus-kalkulusát).

## A problematikus és vitatott pontok:

Gravitációs erő kétes státusza: távolhatással hat, nem kontaktus útján, mely az atomi modellben egyetlen lehetséges hatásátvitel. Newton 1679-ben még a bolygók mozgását a vegyi affinitásokkal analóg hatásban keresi: a gravitáció alkímiai (esetleg vallási) eredete.

Később: „Nem bocsátkozom hipotézisekbe” az erők végső okáról: nem fűz metafizikai interpretációt fizikájához.

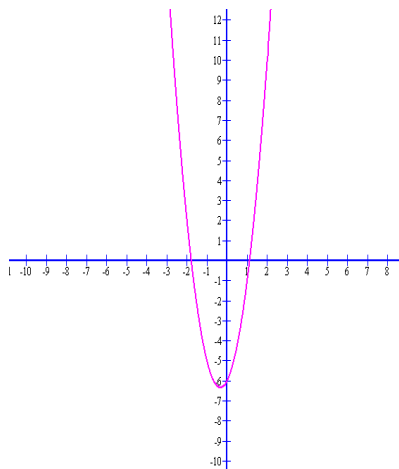
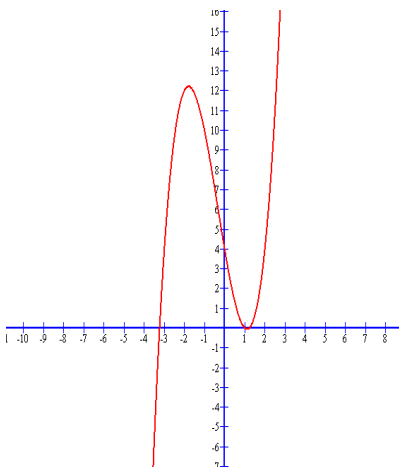
A Principia II. a folyadékáramlást nem a mozgástörvényekből vezeti le

A háromtest probléma (Poincaré bizonyítja be a 19. sz. végén, hogy nincs általános megoldása)

Hiányzik a differenciál- és integrálszámítás matematikai nyelvezete.



# függvény és meredekség-függvénye: derivált függvény a kiinduló függvény meredekséget jelzi minden egyes pontban



Ahol a fizikában változást kell matematikailag leírni (mozgásállapot változás, mozgó töltés, mozgó mágnes, hőátadás, stb.) ott mindig megjelenik a derivált függvény.

# D'Alembert-elv: mechanika erő-fogalom nélkül

## 1743 *Traité de dynamique*:

«Tekintsük anyagi pontok egy rendszerét, melyben e pontok úgy vannak összekötötésben, hogy tömegeik egymáshoz képest különböző sebességekre tesznek szert, aszerint, hogy szabadon vagy közösen mozognak. E rendszerben a kapott illetve az elvesztett mozgások mennyiségei egyenlők egymással.»

Célja a newtoni távolba ható erők kiküszöbölése.

## A newtoni fizika „klasszicizálása”:

A Principia első könyve egyetlen tömegpont mozgásával foglalkozik, hiányoznak a pontrendszerek.

A második könyv a folyadékáramlással, de azt nem vezeti vissza a mozgásegyenletekre.

Hiányzik a differenciál- és integrálszámítási apparátus.

Euler érdeme: a Principia mai formára hozása

1736 A mozgás tudományának analitikus tárgyalása

1752 A mechanika egy új elvének felfedezése (erő = tömeg  $\times$  gyorsulás)

Euler munkáját Lagrange és Hamilton (19. sz. első harmada) fejezi be

# Leonhard Euler (1707-1783)



1727 Szentpétervári  
Tudományos Akadémia  
tagja

A newtoni mechanika  
matematikai nyelvezetének  
megalkotója

# Immanuel Kant (1724-1804)



1787 *A tiszta ész kritikája*:  
a newtoni világgép,  
az abszolút tér-idő  
antropológiai kodifikálása:

Tér és idő az emberi  
megismerő-képesség állandó,  
megváltoztathatatlan, a ta-  
paszталatot megelőző formái.

# Pierre-Simon Laplace (1749-1827)



A newtoni determinisztikus világkép népszerűsítője

Megsejti más galaxisok és a fekete lyukak létét

1814 *Essai philosophique sur les probabilités*  
(*Filozófiai tanulmány a valószínűségekről*)

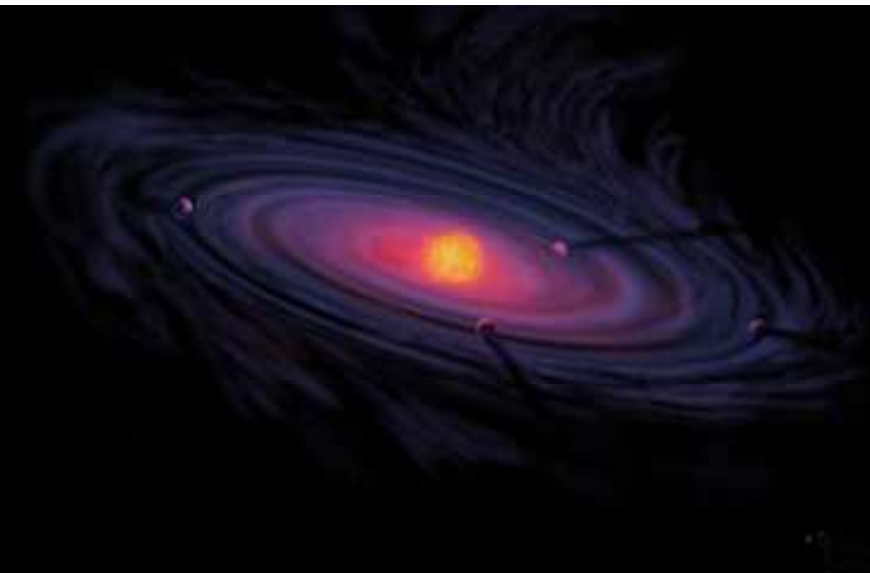
## Laplace démona:

Az Univerzum jelen állapota az előző állapotának okozata, és az elkövetkezendők oka.

Így ha lenne egy értelmes lény, amely egy adott pillanatban fel tudná fogni az összes erőt és a létezők helyzetét, és elég hatalmas lenne ahhoz, hogy az adatokat kiértékelje, egyetlen formulába tömöríthetné az univerzum legnagyobb tömegeinek és legkisebb atomjainak mozgását. Számára semmi sem lenne bizonytalan, a múltat és a jövőt egyaránt látnák a szemei.

Az emberi szellem egy ilyen értelem halvány ideája.

# Kant-Laplace hipotézis a Naprendszer kialakulásáról



**Fekete lyuk: olyan nagy gravitációjú csillag, hogy nem távozik tőle fény**



# Elektromosság a 17-19. században:

gör. **élektron** = borostyán

Már az ókorban ismert, hogy a megdörzsölt borostyán vonzó hatást fejt ki.

A mágnes is ismert az ókorban:

Kínában i.e.1. évezred előtt már van **iránytű** „délre mutató tű”, kezdetben császári használatra, majd tájékozódásra. Arab közvetítéssel kerül Európába a 12. században.

13. sz-ban Petrus Peregrinus: „pólus” elnevezés, felrajzolja a mágneses erővonalakat

## William Gilbert (1544-1603)

Erzsébet királynő udvari orvosa



1600 *De Magnete*:

A Föld egy nagy mágnes  
(belseje vasból van)

A kettévágott mágnes is  
mágnes lesz

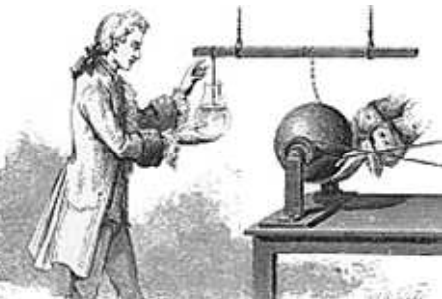
Ellentétes pólusok vonzzák,  
azonosak taszítják egymást.

Elektromosság = effluuium  
(kifolyás)

Szerinte a mágnesnek  
forgató, az elektromos-  
ságnak vonzó hatása van.

# Dörzselektromosság

1660 Otto Guericke  
**dörzselektromos gép:**



Egy forgó kengolyó,  
mely feltölti a tenyerét  
ráhelyező kísérletező  
személyt.

## Isaac Newton (1642-1727)



1704-es *Optikájában*  
Gilberthez kapcsolódva  
a villamosságot finom  
folyadékként írja le, ami  
kilép a megdörzsölt  
borostyánból és mint  
felhő veszi körül.  
Az effluvium áthatol a  
közönséges anyagon.

# Newton tekintélye nyomán a 18. sz. szerint az elektromosság: áramlás

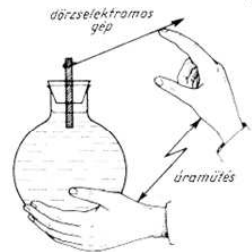
A 18. sz.-ban az elektromosság divattá válik. Az elektromos áramlásnak a korban ismert jelenségei:

- a villamos szikrák hang-, hő- és fényhatása
- az erős kisülések környezetében a vas mágnessé válik (pl. villámlás hatására), ill. a mágnes polaritása ellenkezőre fordulhat

## Az első kondenzátor

**1746 leideni palack:** Musschenbroek leideni professzor véletlenül fedezte fel.

Egy üvegpalackba zárt vizet villanyozott úgy, hogy az üveg dugóján átvezetett fémszálat összekötötte a dörzselektromos géppel. A palackot egyik kezében tartva a másik kezével hozzáért a vezető rendszerhez, ekkor erős áramütést kapott.





Musschenbroek úr azt mondja egy levelében, hogy a karjain, vállán és mellén érzett ütést úgy, hogy elállt a lélegzete; és két napig tartott, míg magához tért az ütéstől és az ijedelemtől. Hozzátette, nem viselne el egy másik ütést az egész francia királyságért sem

Egészen különböző a nagyszerű Boze úr érzése, aki igazán filozófushoz méltó hősiességgel, méltóan a híres Empedoklészhez, azt mondta, kívánná, bárcsak meghalna az elektromos ütés következtében, és így a haláláról szóló beszámoló a Francia Tudományos Akadémia memoárjai között jelenne meg. De nem adatik meg minden elektromossággal foglalkozó tudósnak, hogy oly dicső módon haljon meg, mint a méltán irigyelt Richman.

Franciaországban és Németországban kísérleteket végeztek annak megállapítására, hogy hány ember érezheti az ütést ugyanazon palack kisülésénél. Nollet abbé 180 gárdistán végezte el a kísérletet a király jelenlétében. Párizsban viszont a karthauziak kolostorában az egész közösség egyetlen 900 öl (kb.1,5 km) hosszúságú láncot alkotott: két-két személy vasvezetékekkel volt összekötve, és az egész társaság a palack kisütésekor egyazon pillanatban hirtelen ugrást tett, mindnyájan egyforma erősségűnek érezve az ütést.

PRIESTLEY: *The History and Present State of Electricity*, London 1775

## Benjamin Franklin (1706-1790)

(az első jelentős amerikai tudós)



### 1752 sárkánykísérlet:

a légköri elektromosság segítségével is fel lehet tölteni a leideni palackot. Egy hegyes fémtűvel egy testet töltéssel lehet ellátni, és töltést lehet leszedni róla → villámhárító. Bevezeti az „elektromos töltés” fogalmát.

# Kémiai elektromosság

1800 Alessandro Volta (1745–1827) bejelenti a Royal Society elnökének találmányát az állandó egyenáram előállítására: ez az első elem (**galvánelem**).

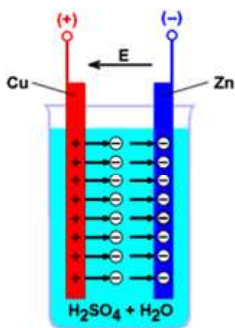
Előzmény: Luigi Galvani (1737–1798) a bolognai egyetem anatómiaprofesszora arról értesül, hogy kollégái a békacomb rángatózását figyelték meg, amikor egyikük boncolókésével az ideghez ért, miközben másikkal a dörzselektromos gépet működtette és az kisült.

Galvani értelmezése: az elektromos jelenségek eredete a békacombban van → állati elektromos jelenség

**Volta értelmezése:** ha két különböző fémet egyik végén összekötünk és egyiket nyelvünkhöz érintjük, akkor fémtől függően savanyú vagy lúgos ízt érzünk, ugyanúgy, mint amikor a nyelvünket egy elektromos gép pozitív vagy negatív sarkához érintjük → Galvani kísérleteiben a békacomb szerepe csak az elektromos hatás jelzése. **A lényeg a két különböző fém érintkezése.**

Kimutatja, hogy ha két különböző fémet (cink- és rézlemez) összeérint, azok szétválasztva feltöltődést mutatnak. Rájön, hogy ez a hatás erősíthető több, egymás fölé helyezett lemezzel.

# Volta-oszlop

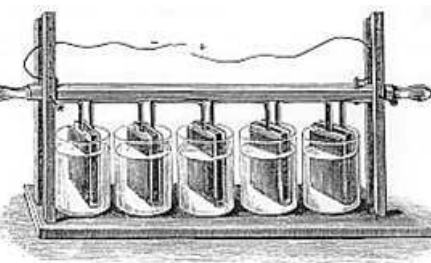


Az eredeti: szövetbe itatott sós víz (elektrolit) behelyezve réz-cink (majd ezüst-cink) lemezek közé.

Egy ilyen cella kb. 0,5–2V feszültséget ad anyagtól függően.

Perpetuum mobile?

# A galvánelem



Volta-oszlopok összekapcsolásával több száz volt is előállítható → A 19. század elejére megszületik az egyenáramú áramforrás → vízbontás, galvanizálás, ívfény (Davy, 1802)

# Elektrosztatika a 18. sz. végén:

Coulomb francia hadimérnök törvénye:

Két pontszerű elektromos töltés ( $Q_1$  és  $Q_2$ ) között ható  $F$  erő egyenesen arányos a két töltés szorzatával és fordítottan arányos a köztük lévő  $r$  távolság négyzetével.

$$|F| = k_C \frac{|Q_1||Q_2|}{r^2}$$

Coulomb a newtoni tömegpontokra érvényes gravitációs törvény analógiájára mondta ki:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

## Elektrodinamika: a mozgó töltés fizikája

Oersted felfedezése **1820**-ban: az áram kitéríti az iránytűt, azaz mágneses hatást kelt →

**elektromosság és mágnesesség egyazon fizikai erő két megnyilvánulása** →

Ampère egy héttel(!) később : „a mágnes új elmélete, mely teljességgel visszavezethető a galvanizmus jelenségeire.” Matematikai formába önti az áramok egymásra hatásának törvényét: megszületik az elméleti elektrodinamika.

## Ampère törvények (1820):

Az elemi áramok vonzása-taszítása egyenesen arányos a rajtuk átfolyó áramok erősségével, fordítottan arányos a köztük levő távolság négyzetével, és függ a két áramelem által bezárt szögtől.

Gerjesztési törvény: a mágneses tér erő tetszőleges zárt görbementi integrálja = a görbe határolta felületen átfolyó áramok előjeles összege

## André Marie Ampère (1775-1836) „az elektromosság Newtona”

Collection Ecole polytechnique



André Marie Ampère (1775-1836)

Zárt áramkör, az áramhurok  
= kis állandó mágnes.

A hurkok számának  
növelésével, azaz tekercs  
Készítésével növelhető a  
mágneses hatás →

→ elektromágnes, akár  
több száz kg-ot is megtart

→ 1830-as évek találmányai

## 1830-as évek problémája:

Kimutatni, hogy a mágnes is tud áramot kelteni.

De hogyan?

1831 Faraday: nem az állandó mágneses tér, hanem a változó mágneses tér (a mozgó mágnes) indukál áramot: egy dróthurkon átvezetett mágnes áramot kelt a drótban.

Az áramkörben keletkező áram fordítottan arányos az áramkör ellenállásával → generátor, dinamó, transzformátor

## Michael Faraday (1791-1867)



Könyvkötőinasból önképzéssel lett kora legnagyobb kísérleti fizikusa

Faraday-kalitka 1836:  
az elektromos töltések csak a vezető külső felületén vannak jelen, mert az azonos töltések taszítják egymást →  
elektromágneses árnyékolás

## 1830-as évek találmányai:

villanytávíró

galvanométer

(áramerősség mérése elektromágnes közelébe helyezett iránytűvel)

villanymotor

(forgó mágnesek váltóáramot indukálnak)

## J. C. Maxwell (1831-1879)

a 19. sz. legnagyobb elméleti fizikusa



1864 felírja az elektromágnesesség négy alapvető egyenletét. Ezekben elektromos és mágneses **tér**, illetve e térben terjedő elektromágneses **hullám** szerepel

# 19. sz. 20-as éveitől: a hullámkoncepció újjáéledése ↔ atomisztikus mechanika

**1822 Fresnel:** „A fény egy univerzális folyadék bizonyos rezgési formája.”

**1865 Maxwell:** Az elektromos és mágneses mező térben terjed, terjedési sebessége kb. 310 740 000 m/s (nem tévedett sokat, a valós sebesség c):

*„Így jó okunk van feltételezni hogy a fény és a mágnesesség egy tőről fakad, és hogy a fény elektromágneses hullámzás, mely az elektromágnesesség törvényei szerint terjed.”*

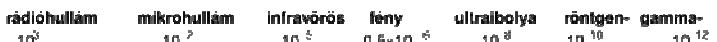
**1886 Hertz:** kísérletileg kimutatja az elektromágneses hullámok és a fényhullámok azonosságát.

## elektromágneses hullámok

Áterengdi a Föld légkörre?



Hullámterület arány  
Hullámhossz (m)



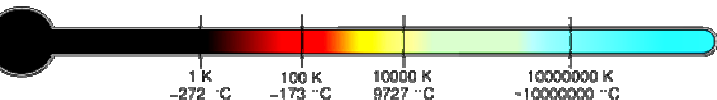
A hullámhossz nagyságrendje



Frekvencia (Hz)



A tartományban  
máximális  
intenzitással  
sugárzó testek  
hőmérséklete





# Jedlik Ányos (1800-1895)



1825 pappá szentelik

1826 szódavíz

1829 villanymotor

1861 dinamó

## villanydelejes forgony

1829 Jedlik elektromotorja: egy rögzített tekercs belsejében egy másik, vasmagos tekercs áram hatására elfordul. A belső tekercset higanyos áramváltóval látta el, amely félfordulatonként megfordította az áram irányát, így a belső tekercs gyors, folyamatos forgó mozgást végzett.



# Jedlik dinamója



# A 19. sz.-i termodinamika gyakorlati előzménye:

A 18. század második felétől kibontakozó ipari forradalom

A hőerőgépek hatásfokával kapcsolatos kérdések (hő és munka viszonya)

## JAMES WATT (1736-1819)



1776-ban helyezte üzembe az első ipari gőzgépeket: szivattyút hajtottak és fel-le mozgást végeztek.

Később a találmány alkalmazási területe a köszörüléssel, fűrészeléssel, őrléssel bővült.

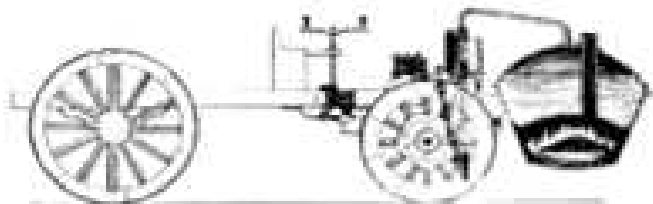
Minden gépe közel atmoszférikus nyomáson üzemelt

## Nicholas Cugnot: az első gőzkocsi 1763-ból fejlesztését a francia hadügyminisztérium támogatta



Teljesítménye kicsinek bizonyult: a jármű terhelt állapotban csak 3 – 4 km/h sebességgel tudott haladni, és 15 p.-ként gőzfejlesztés miatt meg kellett állni.

Az első kerekek fölötti vízkazán nagy súlya miatt csak nehezen lehetett irányítani: első próbaútaján a kaszárnya falának ütközött.



A 19. század elején nyilvánvaló: a hő átalakítható mechanikai munkává.

**Ami nem nyilvánvaló: a fordított irány.**

Ennek okai:

1. A 18. század kalorikus (hő-szubsztancia) elmélete: test + hő = meleg test

Eszerint hő csak hóból keletkezhet, munkából nem.

2. A newtoni mechanika nem szól a súrlódásról.  
A mozgásegyenletek szerint mozgó testek nem keltenek hőt.

## Energiamegmaradás elve:

**17. század:** zárt mechanikai rendszerekben megmaradó mennyiség:

1. Descartes és Newton szerint a lendület:  
 $mv$  (mozgásmennyiség)

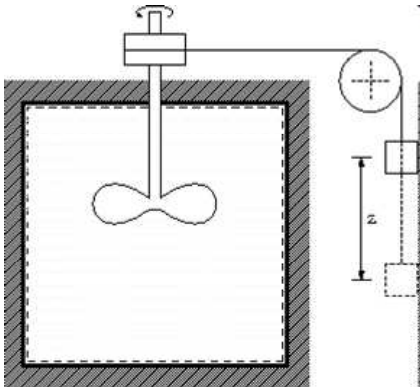
2. Leibniz szerint az eleven erő (*vis viva*):  $mv^2$

**19. sz. eleje:**  $1/2 mv^2$  *mechanikai munka* a Megmaradó mennyiség (ma: mozgásenergia).

**19. sz. közepe:** zárt rendszerben

**MECHANIKAI ERŐ  $\Leftrightarrow$  HŐ**

# 1843 Jules kísérlete:



Egy huzalra erősített süllyedő súly forgásba hoz egy vízbe merülő lapátot, ami súrlódás révén hőenergiává alakítja a gravitációs helyzeti energiát.

Majd 1847-ben Helmholtz (1821-1894) megfogalmazza az energiamegmaradás elvét, azaz a termodinamika 1. főtételeit: **Egy zárt rendszer energiája állandó.**

A fizikus közvélemény csak nehezen fogadja el

19. sz. közepe: Rudolf Clausius (1822-1888) észreveszi, hogy a termodinamikában egy újabb elvet is ki kell mondani, mely szerint a hő magától nem áramlik hidegebb testről melegebbre → 1865 az entrópia fogalmának bevezetése (jele: S)

## TERMODINAMIKA MÁSODIK FŐTÉTELE

- A hő magától nem áramlik hidegebb testről melegebbre, avagy
- Nem készíthető olyan berendezés, amely a hőt 100%-os hatásfokkal alakítaná át mechanikai munkává, avagy
- **Zárt rendszerben az entrópia nem csökkenhet**

# Entrópia: a rendezetlenség mértéke

Zárt rendszerben a spontán folyamatok a rendszer legrendezetlenebb (és egyben legvalószínűbb) állapota felé tartanak. Emiatt a természetben a spontán folyamatok **visszafordíthatatlanok**. Minden spontán folyamatnál bizonyos munka kárba vész, hővé alakul. Bármely energiatípus maradéktalanul hővé alakítható, míg a hő csak részben alakítható át másfajta energiává (alacsonyabb rendű energia).

Ha egy rendszer a környezetéből nem vesz fel hőt, akkor a rendszerben lejátszódó spontán folyamatok során a rendszer entrópiája mindaddig nő, amíg be nem áll az egyensúlyi állapot. Egyensúlyi állapotban a rendszer entrópiája maximális → **hőhalál elmélet**



# 20. század: új fizikai világkép

## **relativitáselmélet és kvantummechanika**

### Fizikai világkép a 19. sz. végén

Newtoni mechanika a Hamilton-függvény formájában

Elektromágnesesség a Maxwell-egyenletek formájában

Egy mozgó töltés elektromágneses mezőt hoz létre, mely 300 000km/s-mal (= c) terül szét. E mező hullámai a rádió-, mikro-, infravörös-, fény-, ultraibolya-, gamma-hullámok.

Termodinamika, energiamegmaradás, entrópia

Elemek, vegyületek, atomok, elektron

## Michelson, 1903:

„A fizika legfontosabb alaptörvényeit és tényeit már mind felfedezték... A jövő felfedezései az eredményeket legfeljebb a 6. tizedes-jegyben befolyásolhatják”

**relativitáselmélet** ↔ newtoni abszolút tér-idő  
(éter)

**kvantummechanika** ↔ leibnizi folytonosság  
(a természetben nincs ugrás)

↔ klasszikus atomizmus (atom = oszthatatlan)

↔ kauzalitás (a természet „tetőtől-talpig”  
kauzálisan meghatározott állapotban van, a természetben nincs meghatározatlanság)

# Relativitáselmélet

A 20. század új égi mechanikája

Mi az abszolút tér-idő a 19. sz. szerint?

**Abszolút tér:** 1. az univerzumot betöltő tér, amihez képest az u. összes tárgya áll vagy mozog  
2. az elektromágneses hullámok hordozó közege (mint a hullámoké a víz, a hangé a levegő)  
3. amihez képest az elektromágneses hullámok  $c$  sebességgel terjednek (ld. vonat-töltés).

**Abszolút idő:** az univerzumban mindenütt egyformán és egyenletesen telő idő, amelyhez képest az u. összes eseménye lefolyik.

# 1887 Michelson-Morely kísérlet

**Kiinduló kérdés: mekkora a Föld abszolút sebessége?**

**A kísérlet célja:** megmérni a fény sebességét a Földhöz képest, és ebből következtetni a Föld éterbeli sebességére.

**Analógia:** a hang sebessége 330m/s a levegőhöz képest, és a hangforrás  $v$  sebességgel mozog a levegőben, akkor  $v$  (egy visszaverő felületről visszavert hangimpulzus idejéből) mérhető. Ha az impulzus iránya  $v$ -vel megegyező, akkor sebessége **330+v** lesz, ha ellenkező, **330-v** lesz.

**A kísérlet eredménye negatív volt:** minden irányban  $c$  sebességet mértek. Vagyis a Föld abszolút sebessége = **0**.

## A kísérlet értelmezése:

1892 Lorentz: a  $v$  sebességgel gyorsított test a sebesség irányában összenyomódik ( $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$  -szeresre)

1899 Lorentz: a  $v$  sebességgel mozgó rendszerben a folyamatok hosszabb ideig tartanak, mint a nyugvó rendszerben.

$$\frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

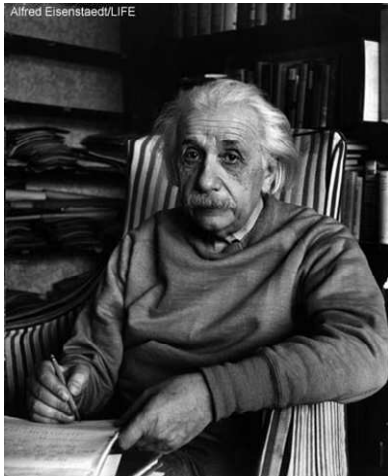
1904 Lorentz-transzformáció: az elektrodinamika alap-egyenletei azonos alakúak az egymáshoz képest egyenes vonalú egyenletes mozgást végző rendszerekben.

## Einstein értelmezése:

### *A mozgó testek elektrodinamikájáról, 1905*

Az éter (abszolút tér-idő) létezése a fizika fölösleges előfeltevése. Megszabadulni az étertől, és elfogadni az **új abszolútumot: a fénysebességet** mely az univerzum minden részén (akár mozog, akár nem) ugyanakkora (persze vákuumban), és **aminél nagyobb sebesség nem lehetséges**. A Lorentz-transzformáció levezethető ebből az egyetlen alapelvből: a fénysebesség független a fényforrás mozgásállapotától.

## Albert Einstein (1879-1955)



1905 spec. relativitáselmélet

1916 ált. relativitáselmélet

1921 Nobel-díj

A gravitáció és az elektromágnesesség egyesített elméletén dolgozik.

A kauzalitást támadó kvantummechanika ellen:  
„Isten nem kockajátékos”

# Lorentz és Einstein



## **Lorentz:**

Mozgó rendszerben a hossz lerövidül, az időtartam megnyúlik (idődilatáció)  
De nem veti el az étert!

## **Einstein:**

Elveti az étert, de másban azonosak a következtetései Lorentz-cel

## Speciális relativitáselmélet

Henri Poincaré francia matematikus használja először a relativitás-elv kifejezést (1904), és ő dolgozza ki az elmélet matematikai apparátusát is.

**Poincaré-Einstein-Planck-Minkowski (1903-8) ↔**  
newtoni mechanika, melyben a **tömeg (m)** bármely mozgás során állandó, és más, mint az energia.

Klasszikus mechanika: egy nyugvó anyagi pontnak, ha nem hat rá erő, nincs energiája. Tömeg elképzelhető energia nélkül, energia nem tömeg nélkül.  $\leftrightarrow$

Spec. relativitáselmélet: energia elképzelhető tömeg nélkül (pl. foton), tömeg nem energia nélkül. Minden energiának tehetetlensége van, és minden test tömege a test energiatartalmával egyenértékű:

**Ha egy test  $E$  energiát kisugároz, akkor tömege  $E / c^2$  értékkel lecsökken.**

**Így az  $E$  energia ekvivalens az  $m$  tömeggel:**

$$E = m c^2$$

Példa:  $\pi^0$  mezon anyagi részecske pozitív tömegű, de tisztán energiára bomlik el, ti. két 0 nyugalmi tömegű fotonra.

Az energia-tömeg oda-vissza átalakulás atomi szinten mindennapos jelenség.

Tömeg és energia átalakítható egymásba  $\rightarrow$  nukleáris energia lehetősége, mely atomtömegből energiát állít elő.

Pl. a Napban 564 millió tonna hidrogén ég el per sec. 560 millió tonna héliummá: 4 millió tonna energiává alakul.

## Speciális relativitáselmélet állításai

A fénysebesség állandó, független a fényforrás és a megfigyelő mozgásától

Nincs abszolút, minden létező számára egyforma tér-idő

Tér és idő nem függetlenek egymástól  $\rightarrow$  egyidejűség relatív

A fénysebesség közelében:

1. a hosszúságok lerövidülnek
2. az időtartamok megnyúlnak
3. a tömeg megnő



# Gamow városa (ahol $c = 30 \text{ km/h}$ )



Az elhaladó biciklista a haladási irányban megrövidül. Sietett, így elkezdett pedálozni. A szemlélő azt várta, hogy majd megnő a sebessége, ám megdöbbenve látta, hogy a jármű és utasa egyre jobban összenyomódik, és lassan szinte úgy néz ki, mint egy papírkép.

Ő is kerékpárra pattant és a biciklista után eredt. Azt várta, hogy maga is összenyomódik, azonban sem ő, sem a kerékpárja nem változott meg. Az utca képe viszont annál inkább: megrövidült az út, a boltok kirakatai résnyire szűkültek, és láss csodát, a rendőr teljesen elvékonyodott, mint egy hurkapálca.



- Két egyforma gyors kerékpáros nem látja egymást megrövidülni
- A két kerékpáros délben indul a pár utcással arrébb lévő postára. Mikor oda érnek, a posta falán az óra fél 1-et, mutat, míg az ő órájukon csak pár perc telt el → „ikerparadoxon”
- Ha egy kerékpáros 30 km/h-val haladna, leállna az órája (megáll az idő), környezete vonallá vékonyodna, a tömege  $\infty$  nagyvá válna (max. sebességgel így csak a 0 nyugalmi tömegű részecskék, a „tisztá energiák” haladhatnak.)

## Általános relativitáselmélet

### 1915 David Hilbert - 1916 Einstein

A **spec. relativitáselmélet** az egymáshoz képest egyenletesen mozgó vonatkoztatási rendszerekkel foglalkozik: egyik sem kitüntetett → mindegyik relatív → **eldönthetetlen, hogy melyik mozog, melyik áll.**

Az **ált. relativitáselmélet** általánosítja a relativitás elvét arra az esetre, amikor a vonatkoztatási rendszer gyorsul (egyenletesen).

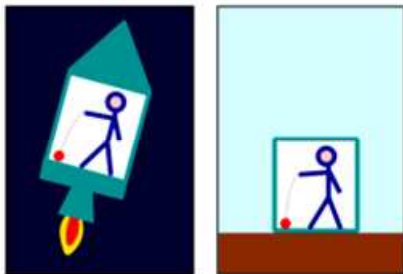
## Két fő állítása:

**1. állítás:** A homogén gravitációs tér hatásában egyenértékű egy gyorsuló vonatkoztatási rendszerével.

Azaz egyetlen kísérlet sem tud különbséget tenni a homogén gravitációs tér és az egyenletes gyorsulás között.

(Ám a nem homogén gravitációs tér hatása különbözik a gyorsulásától, pl. a Föld fölött lebegő csepp ellipszoid alakú)

**Ekvivalencia-elv:**  
**gravitáció és gyorsulás ekvivalens egymással**



**A tehetetlen és a súlyos tömeg egyenértékű:**  
**a gyorsuló rakétán leejtett alma és a gravitációs mezőben leejtett alma ugyanúgy viselkedik.**

# Kitérő: súly és tömeg a klasszikus fizikában

A klasszikus fizika a tömeget kétféleképp definiálja:

- **tehetetlen tömeg**: adott erő mekkora sebességre képes felgyorsítani egy tömeget?

Válasz a Newton(-Euler) erőhatás törvénye:  $a \sim 1/m$   
(minél nagyobb a tömeg, annál kevésbé képes).

- **gravitáló tömeg (súly)**: a test gyorsulása a gravitációs vonzerő hatására arányos a testek tömegével.

Galilei-Newton fizikája: a gravitációs vonzerő azonos a tehetetlen tömeggel és független a test anyagi minőségétől. Ezt hallgatólagosan előfeltételezik.

Einstein mint tapasztalatilag igazolható ekvivalenciát állítja a súly és a tömeg azonosságát.

# Eötvös Loránd (1848-1919)



1908-ban ingájával méri, hogy a gravitációs erő milyen pontossággal független a tömeg anyagi minőségétől. A korábbi pontosságot kb. 3 nagyságrenddel megnövelve igazolja a súlyos és tehetetlen test azonosságát.

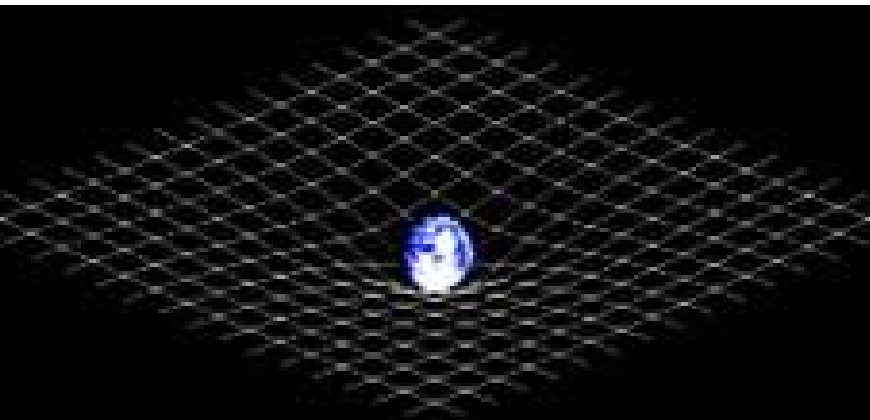
E mérése az általános relativitás-elmélet kísérleti alapköve.

Az Eötvös-ingát az 1930-as években kőolaj lelőhelyek kutatásában hasznosítják.

## **Az ált. relativitáselmélet 2. állítása:**

A gravitáció nem az anyagban rejlő vonzó erő ( $\leftrightarrow$  Newtonnal), hanem a téridő szerkezetének meggörbülése az anyag körül. Ez a gravitáció új elmélete, mely az erőt visszavezeti a geometriára.

**Az általános relativitáselmélet szerint az anyag gravitációjával meggörbíti a teret maga körül**



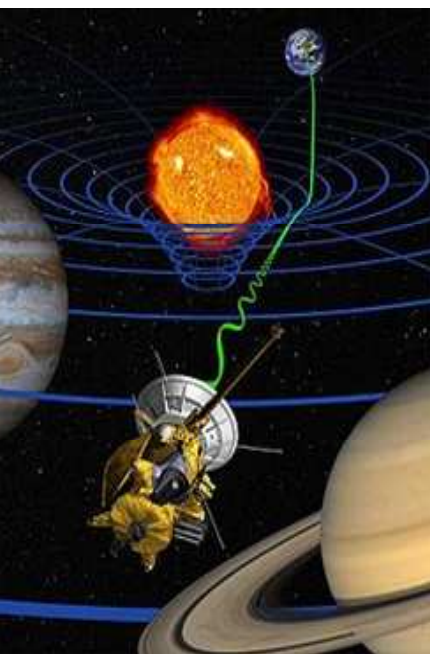
## Kísérleti bizonyítékok:

1. A fény elhajlik a Nap közelében („gravitációs lencse”)
2. Gravitációs vöröseltolódás (gravitációs mezőben a rezgések lelassulnak, az anyagszínképek eltolódnak a vörös felé)

# Következmény:

Erős gravitációs térben hasonló jelenségek tapasztalhatók, mint a fénysebesség közelébe felgyorsított testeken:

- a hosszúságok lerövidülnek
- az időtartamok megnyúlnak
- a tömeg megnő



Az ált. relativitáselmélet számításait, korrekciós tényezőt a mai űrtechnika már alkalmazza.

Penrose 1989:

„Nincs olyan megerősített megfigyelés, amely ellentmond Einstein relativitáselméletének.”

# Kvantummechanika

A 20. század új atomizmusa

## Atomizmus fejlődése az újkorban

- 17-18. század: démokritoszi ihletésű atomizmus: apró, rugalmas, ütköző **golyók**
- 18. sz. vége Lavoisier: a természetben különböző **elemek** vannak, melyek szétválnak-egyesülnek
  - levegő = oxigén („savképző”) +
  - + hidrogén („vízképző”) +
  - + nitrogén („azót”: élettelen)

**elemek ~ különböző típusú atomok**



# Antoine Lavoisier (1743-1794)

Lavoisier et sa femme



1778: azonosítja és elnevezi az **oxigént**: az égést, rozsdát, életet biztosító elem ↔ flogiszton (gör. flogeosz=lángoló,tüzes) szubsztancia, amely az égés során felszabadulna a korabeli flogisztonelmélet szerint.

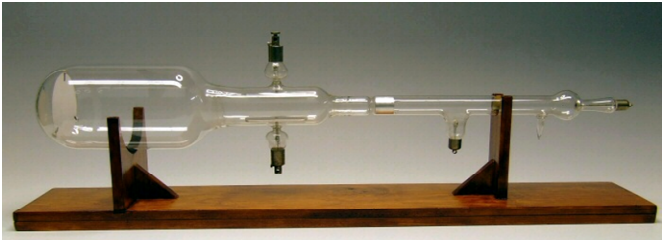
1794-ben guillotine általi halál Haladékot kér, hogy egy kísérletét befejezze. Elutasítva: „A Köztársaságnak nincs szüksége kémikusokra, tudósokra!” Amikor a hóhér érte jön, könyvet olvas, mielőtt letenné, az oldalt könyvjelzővel bejelöli...

- 1815 William Prout hipotézise: minden atomtömeg a hidrogén atomtömegének többszöröse → minden elem hidrogén építőkövekből áll
- 1869 Mengyelejev periódusos rendszer: az elemek táblázata
- 1897 Thomson: az **elektron** felfedezése: egy részecske, ami minden atomban van.

# Katódsugárcső Cathode-Ray Tube

Közel légüres csőbe helyezett két elektródra feszültséget kapcsolva (- elektród *katód*, + *anód*) alacsony gáznyomásnál a csőben kisülés indul el. A gáz világítani kezd. A nyomást tovább csökkentve a fény elhalványul, míg a katóddal szemközti üvegfal zölden fluoreszkál.

## A katódsugárzás a 19. század nagy talánya...



## J.J. Thomson (1856-1940)



A katódsugarat mágnessel eltéríti és nagy mennyiségű negatív töltést mér →  
→ a sugár elektromos sugár  
Minden katódra és gázra azonos → e részecske, ti. „az elektromosság atomja” minden elem atomjának alkotórésze.

Az elektromosság atomos!

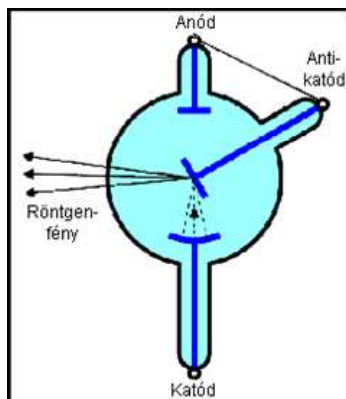
# A katódsugárcső másik hozadéka: röntgen-sugár



W. C. Röntgen (1845-1923)  
1895-ben katódsugárcsővel kísérletezve fedezi fel, hogy a közeli foszforeszkáló ernyő felvillan. Rájön, a jelenséget nem a katódsugár okozza: a sugár egyenesen áramlik, mint a fény, és a mágneses mező nem téríti el. 1901-ben ő kapta az első fizikai Nobel-díjat.

## X-sugár

A katódról távozó nagy energiájú elektronok egy, az anóddal összekötött volfrám antikatódba ütköznek, melynek gerjesztett atomjai a felvett energiát röntgen-sugár formájában adják le. Mivel egy ideig nem tudták, hogy mi is ez a sugárzás, **X-sugárnak** nevezték el.





Amikor Röntgen a cső és a papírlémez közé a kézfejét helyezte a lemezen csontjai árnyképe tűnt elő.

Kb. 20 perces expozíciós idővel készítette el felesége kezének képét.

A felfedezésre 3 hónappal már orvosok használták!

## **A katódsugárcső harmadik hozadéka 30 évvel később: a CRT TV**



# Kvantummechanika kezdetei

- Thomson atommodellje:

„mazsolás puding”,

azaz pozitív anyagban úszkáló  
parányi elektronok.

A pozitív anyag kiléte rejtélyes.

- 1900 Max Planck az energiasugárzás kvantumos jellegű: egy adott frekvencián csak meghatározott adagokban, kvantálva szabadul fel.

( $E=h\nu$ ,  $\nu$  frekvencia,  $h$  Planck állandó).

A kvantum a hullámok növekvő frekvenciájával nő, ezért az energiasugárzás a nagy frekvenciák tartományában csökken.

- 1905 Einstein: a fotoelektromos jelenség magyarázatául Planck kvantum-hipotézisét radikalizálva felteszi, hogy a fény energiája is csak kis adagokban – **das Lichtquant, könnyű kvantumokban** – terjedhet. E fénykvantum kapta a 20-as évek közepén a **foton** nevet. Kezdetben sokan, Bohr, de még Planck is!, vitatták Einstein elméletét.

Ám 1921-ben éppen ezért kapja a Nobel-díjat!

$$E = hv$$

$$\underline{E = mc^2}$$

$$hv = mc^2$$

$$m = hv / c^2$$

Vagyis bármi, ami  $v$  frekvencián rezeg, csak  $hv/c^2$  diszkrét tömegegységekben fordulhat elő!

**19. század** (Maxwell, Hertz):  
fény és elektromosság hullámtermészetű

**20. század** (Thomson, Einstein, Planck stb)  
fény és elektromosság atomos természetű  
(diszkrét, atomos energiacsomagokban jelentkeznek)

+

**hullámtermészetű is**  
(mezőt alkot, hulláminterferenciát hoz létre)

## Louis de Broglie (1892-1987)

‘Az elméleti fizika e nagy  
forradalmának mélyebb  
értelmét azonnal megláttam:  
**a hullám- és részecskekép  
szintézisére van szükség.**’

1924 minden részecskéhez  
hullámhosszat rendel →  
Schrödinger függvénye

1929 fizikai Nobel-díj



## Következmény: az új fizika *filozófiai* kalandja (1920-as évektől)

A természet mélyén, a legkisebb léptékeiben a **hétköznapiól radikálisan különböző létforma** van. Az atom nem egy apróra zsugorított labda.

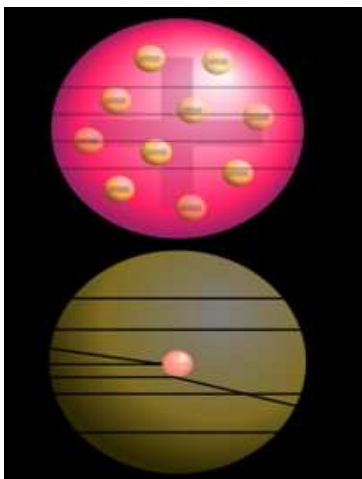
Nem tárgy. De nem is hullámmzó lötty. Akkor mi?

**Heisenberg 1925:** „Jelen pillanatban még nem tudjuk, milyen nyelvet kéne használni az atom belsejében lezajló folyamatok leírására, (...) és azt sem tudjuk, hogy ez a nyelv hogyan viszonyul a klasszikus fizika nyelvéhez.”

## Vissza Thomson atom-modelljéhez 1911: a puding modell tesztje

*Ezt várták:* az  $\alpha$ -részecske ( $2p+2n$  héliummag), mint a puskagolyó megy át a „pudingon”.

*Ezt észlelték:* pár részecske gellert kapott, ami egy kis koncentrált pozitív töltésű részre, az atom „kemény” magjára utal.

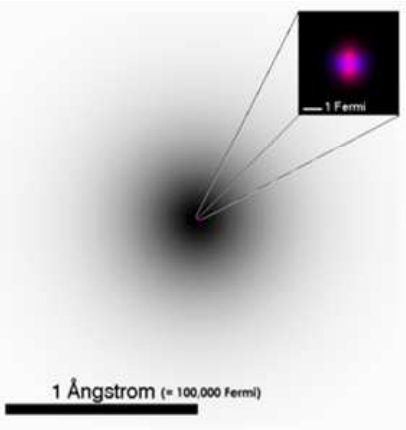




# 1911 Rutherford:

*„Határozottan ez volt a leghihetetlenebb eredmény, amellyel életemben találkoztam. Majdnem olyan hihetetlen volt, mintha valaki egy 15 hüvelykes lövedékkel selyempapírra tüzelne, mire a lövedék visszapattanna, és a tüzelő embert találná el.”*

## 1911 az atommag felfedezése



Ha az atom közepében lévő anyag alma nagyságú volna az egész atom átmérője kb. 1 km lenne.

Az atom tömegének legnagyobb részét a mag adja ki.

# Niels Bohr (1885-1962)

1913 klasszikus atommodell (kis naprendszer)

20-as évek közepétől a komplementaritás elv kidolgozása

1936-tól magfizikai kutatások



## **Komplementaritás elv** (Bohr kopenhágai iskolája):

A fizikai jelenségek klasszikus leírása azon az elképzelésen alapul, hogy a jelenségeket megfigyelhetjük anélkül, hogy megzavarnánk őket. A kvantumelmélet szerint viszont az atomi jelenségek bármiféle megfigyelése magában foglalja a kölcsönhatást a megfigyelő eszközzel. Így ha egy rendszer állapotát önmagában kívánjuk meghatározni, a megfigyelés lehetetlen. Ha viszont megengedjük a mérési kölcsönhatást, akkor a rendszer állapotának egyértelmű megállapítása válik lehetetlenné, s ekkor az okság szó használata nem merülhet fel. Így maga a kvantumelmélet természete kényszerít bennünket arra, hogy a tér-idő koordinációt és az okság igényét a leírás komplementer, de egymást kizáró tulajdonságainak tekintsük.

## **Egyszerűbben:**

**A világnak két szintje van, és egyszerre nem tartózkodhatunk a kettőn – csak felváltva.**

**A kvantummechanikai szint okságilag meghatározott, de – mérés híján – nem lokalizált. Ha viszont méréssel a klasszikus szintre nagyítjuk, azaz tér-időben lokalizáljuk, azzal a kvantummechanikai szint oksági meghatározottságát tesszük határozatlanná.**

**A mérés megtöri a rendszer okságilag zárt fejlődését ↔ klasszikus kauzalitás**

# Variációk egy témára

1925

**Heisenberg**

**mátrixmechanikája**

A klasszikus mechanika

Hamilton függvényét

frekvencia, hely és impulzus

mátrixokkal kiegészítve

**csak a megfigyelhető**

**menyiségek közti**

**összefüggésekről szól**

1926

**Schrödinger**

**hullámmechanikája**

Az atomot és állapotait

rezgő húrként írja le.

A részecskék

anyag hullámok, akár

megfigyelhető ez,

akár nem.

**Schrödinger mutatja ki 1927-ben,**

**hogy a mátrixmechanika**

**és a hullámmechanika**

**ekvivalens megközelítések,**

**csak a stílusuk más.**

# Werner Heisenberg (1901-1976)



1928 Teller Ede doktori  
témavezetője

1932 Nobel díj

„a kvantummechanika  
létrehozásáért”

2. világháború alatt a német  
atomprogramban dolgozik:

*„Németország vagy Oroszország,  
és Európa német vezetés alatt  
talán a kisebbik rossz.”*

# Erwin Schrödinger (1887-1961)

Nem hisz sem a valószínűség,  
sem a hullám-részecske kettős-  
ség értelmezésben – a valóság  
hullámtermészetű.

Különc, két nővel él együtt.

1944 *Mi az élet?* könyvében a  
negenrópiát tárgyalja és egy  
összetett molekula fogalmát, ami  
az élő szervezetek genetikai  
információját hordozná →

Watson és Crick: DNS.

A hindu filozófia híve, megjelent  
Verseskötete.



# Heisenberg ↔ Schrödinger

szemléletben nem bízó ↔ szemléletes

Heisenberg Schrödingerről:

Amilyen szimpatikus a személyisége, olyan furcsának találtam a fizikáját. Ha őt hallgatod 26 évvel fiatalabbnak érzed magad. Valójában Schrödinger kihajít minden *kvantumelméleti* nek tetsző dolgot. Egyszerűen tagadja a diszkontinuitások létét, ez benne a meglepő.

Schrödinger úgy gondolja, hogy hullámmechanikája a klasszikus elméleti fizika körébe tartozik.

Heisenberg elméletéről:

„Kedvemet szegte, szinte taszított a transzcendentális algebra minden szemléltetést lehetetlenné tévő bonyolult módszere.”

## 1926 Max Born valószínűségi értelmezés:

A hullámfüggvény abszolút értékének négyzete valószínűségrűsűséget ad meg



az atomi létezők természetes létmódja nem egy határozott itt és most, hanem a helyzetek és impulzusok lehetőség-sokaságának bizonyos eloszlása.

# 1927 Heisenberg határozatlansági elve

**Elvileg nem lehetséges egyidejűleg pontosan mérni egy részecske helyét és impulzusát.**

**Minél pontosabban mérjük a helyet, annál bizonytalanabbá válik az impulzus, és viszont.**

## Miért?

- 1. Fizikai indok:** ha egy részecske helyét akarjuk fotonnal mérni, annál pontosabban mérünk, minél kisebb a hullámhossz, de ekkor annál nagyobb a foton energiája, mely a részecske sebességét eltorzítja. Fordítva: a nagy hullámhosszú foton pontosan méri a sebességet, de nem a helyet.
- 2. Matematikai indok:** a hullámfüggvény és Fourier-transzformáltja közti viszony miatt. Vagyis az elmélet matematikai apparátusa miatt:  
„Az elmélet határozza meg, mi az, amit megfigyelhetünk.” (Einstein, Heisenberg)

## Néhány dátum

- 1928 Dirac felír egy egyenletet, melyből megjósolható a pozitron, az elektron antirészecskéjének létezése → 1932-ben fedezik fel a kozmikus sugárzásban → minden részecskének van anti-párja!
- 1932 Chadwick felfedezi a neutront → E. Fermi lassú neutronos magreakciók → maghasadás
- 1939 W. Pauli „kitalálja” a neutrínót (Fermi a névadó: „neutronocska”), hogy a neutron bomlásánál teljesüljön az energiamegmaradás → 50-es években közvetve észlelik (10e-szer könnyebb az elektronnál!)

## Magfizika 1930-as évek végétől:

- 1937 Teller és Gamow tanulmánya a Napban folyó magfúziós folyamatokról
- 1938-39 Otto Hahn, Fritz Strassmann, Lise Meitner maghasadás Németországban.
- 1939 a 2. világháború kirobbanásakor Szilárd Leó híres levele (Einstein aláírta) Roosevelttel amerikai elnökhöz: lehet, hogy a nácik atombombát építenek → amerikai az első atomenergia-alap 6ezer dollár értékben.
- 1942 első kísérleti atommáglya.



# 1945 atombomba

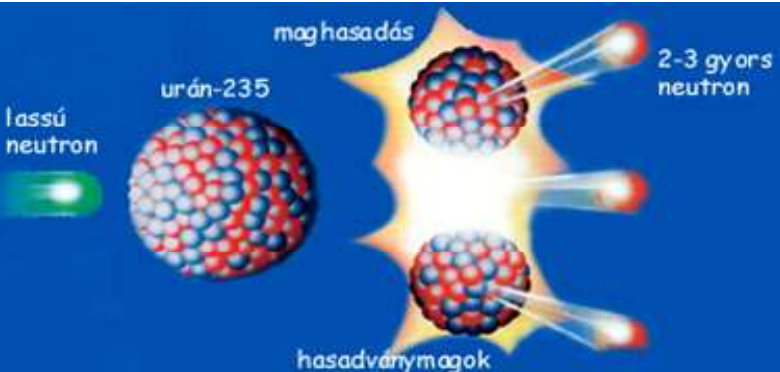


E. Fermi, Szilárd Leó,  
Teller Ede, stb.  
részvételével,  
Oppenheimer irányításával

1952 Teller magfúziós  
hidrogénbombája

## Atomenergia maghasadásból

$N \rightarrow U235 = U236 \rightarrow$  kripton és bárium +  $N \rightarrow$



# 60-as évektől: kvarkelmélet

A korábbi elemi részecskék (elektron, proton, neutron...) még elemibb alkotórészeinek kutatása.

## 3 nagy család:

Leptonok (zöld)

Kvarkok (lila)

Erők vagy Bozonok (kék)

	$2.4 \text{ MeV}$ $\frac{2}{3}$ <b>u</b> up	$1.27 \text{ GeV}$ $\frac{2}{3}$ <b>c</b> charm	$171.2 \text{ GeV}$ $\frac{2}{3}$ <b>t</b> top	$0$ $0$ <b><math>\gamma</math></b> $1$ photon
Quarks	$4.8 \text{ MeV}$ $\frac{1}{3}$ <b>d</b> down	$184 \text{ MeV}$ $-\frac{1}{3}$ <b>s</b> strange	$4.2 \text{ GeV}$ $-\frac{1}{3}$ <b>b</b> bottom	$0$ $0$ <b>g</b> $1$ gluon
	$<2.2 \text{ eV}$ $0$ <b><math>\nu_e</math></b> $\frac{1}{2}$ electron neutrino	$<0.17 \text{ MeV}$ $0$ <b><math>\nu_\mu</math></b> $\frac{1}{2}$ muon neutrino	$<15.5 \text{ MeV}$ $0$ <b><math>\nu_\tau</math></b> $\frac{1}{2}$ tau neutrino	$31.2 \text{ GeV}$ $0$ <b>Z</b> $1$ weak force
Leptons	$0.511 \text{ MeV}$ $-1$ <b>e</b> $\frac{1}{2}$ electron	$105.7 \text{ MeV}$ $-1$ <b><math>\mu</math></b> $\frac{1}{2}$ muon	$1.777 \text{ GeV}$ $-1$ <b><math>\tau</math></b> $\frac{1}{2}$ tau	$80.4 \text{ GeV}$ $\pm 1$ <b>W</b> $1$ weak force
				Bosons (Forces)

## Leptonok (könnyű részecskék)

Neutrínók (pehelysúly):

-elektron, -müon, -tau

Könnyűsúly:

elektron, müon, tau

$<2.2 \text{ eV}$ $0$ <b><math>\nu_e</math></b> $\frac{1}{2}$ electron neutrino	$<0.17 \text{ MeV}$ $0$ <b><math>\nu_\mu</math></b> $\frac{1}{2}$ muon neutrino	$<15.5 \text{ MeV}$ $0$ <b><math>\nu_\tau</math></b> $\frac{1}{2}$ tau neutrino
$0.511 \text{ MeV}$ $-1$ <b>e</b> $\frac{1}{2}$ electron	$105.7 \text{ MeV}$ $-1$ <b><math>\mu</math></b> $\frac{1}{2}$ muon	$1.777 \text{ GeV}$ $-1$ <b><math>\tau</math></b> $\frac{1}{2}$ tau

**Kvarkok:** proton, neutron stb. alkotói,  
önállóan nem fordulnak elő

Up, charm, top

Down, strange, bottom

Mindegyikük 3 állapotú,  
azaz „színű”, lehet  
(vagyis összesen 18  
féle kvark van - eddig).

2.4 MeV $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ u up	1.27 GeV $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ c charm	173.2 GeV $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ t top
4.8 MeV $-\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ d down	104 MeV $-\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ s strange	4.2 GeV $-\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ b bottom

## Erők: 4+1 elemi erő

0 0 1 Y photon	Bosons (Forces)
0 0 1 g gluon	
91.2 GeV 0 1 Z weak force	
80.4 GeV $\pm 1$ 1 W weak force	

Elektromágneses erő avagy foton  
(töltések közt hat)

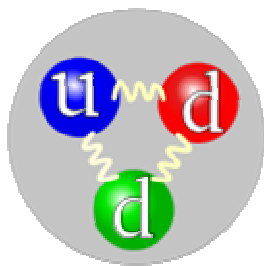
Kvarkokat összeragasztó gluon erő

Az atommag protonjait és neutron-  
jait összetartó gyenge Z és W erő

Gravitációs erő

# Pl. neutron

1 Up + 2 eltérő színű  
Down kvark  
gluon erővel  
összetapasztva = neutron



## Táguló világegyetem

1920-as évek: csillagászok az égitestek Földhöz képesti sebességét mérik.

Színképvonalak vörös avagy kék felé tolódnak el távolodnak avagy közelednek

(ld. Doppler effektus)

Nagyobb eltolódás nagyobb sebességre utal.

1929 Edwin Hubble megfigyelése: vöröseltolódás a távolsággal arányosan növekszik minél távolabb van tőlünk, annál nagyobb sebességgel távolodik (a legtávolabbi galaxisok majd fénysebességgel távolodnak!)

**az egész Univerzum tágul!**

**1965: mikrohullámú háttérsugárzás  
fölfedezése**

Penzias és Wilson kb. egy oldalas cikke → 1978 fizikai Nobel díj

Rádióantennájuk zajmentessé tételén dolgoztak, mikor a kb. 7 cm-es mikrohullámon kiiktathatatlan, iránytól független zajt tapasztaltak.

Ha egy test melegebb absz. 0-nál, akkor elektronjai hőmozgása rádiózajt kelt.

Az észlelt zaj 3,5 K volt: a tágulással redukálódott korai Univerzum hőmérséklete →

# Nagy Bumm elmélet

→ 10 milliárd évvel ezelőtt az Univerzum egy forró robbanó gömb volt: elektron-pozitronból, neutrínó-antineutrínóból és fotonból álló „energialeves” (nincsenek még protonok, neutronok)



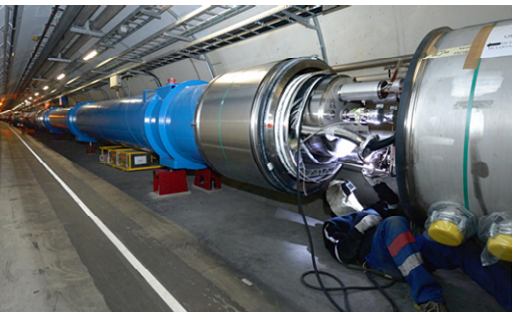
Elemi részecskék kutatása egyet tesz az Univerzum nagy energiájú ősállapotának tanulmányozásával.

## Standard Modell 2008:

- 2000-ben igazolták a tau neutrínó létét, azóta nincs új felfedezés
- Az egyenlet 20 körüli független paramétert tartalmaznak → ez túl sok!
- Megválaszolatlan kérdések: Miért van a részecskéknek tömege? Az elektron-proton tömegarány miért 1:2000? Miből áll az Univerzum sötét anyaga? Miért van minden anyagnak antianyag ikerpárja?
- A fizikusok biztosak benne, hogy a Standard Modell nem a végső modell.

# 2008 ősze: Large Hadron Collider (LHC: Nagy Hadron Ütköztető)

- 27 km kerületű köralagút 100 m mélyen
- Protonok repülnek benne egymás felé közel fénysebességgel ( $v = 11\,000$  kör/ sec)
- Fő cél: a Higgs bozon megtalálása, ami a Standard Modell részecskéinek tömegéért volna felelős: egy, az eddigieknél elemibb „tömegadományozó” részecske.



**LHC 2008**



# Informatika, számítástechnika

A XX. századi tudomány  
harmadik forradalma

## Előzmények

Lat. *in-formo* szó szerint: vmilyen anyagba vmilyen formát visz bele (pl. pecsét-viasz); általánosságban: formál, megformál, alakít, képez (platóni-arisztotelészi képzés: lélekbe formákat vinni). Informálás: vmi formátlannak a megformálása.

20. század: információ = vmilyen kivehető forma, alakzat a háttérzajban. Formátlan zajban felbukkanó forma, mintázat, rendezettség → jel, inger, üzenet.



# abakusz

Abakuszt már a babilóniaiak is használtak (ie. 3ezer).

A továbbfejlesztett golyós változata a világ szinte minden részén megtalálható.

A kép egy Római kori abakuszt mutat.



## 1623: az első (újkori) mechanikus számológép

Alkotója Wilhelm Schikard.

Az átvitelt egy tízfogú és egy egyfogú fogaskerék valósítja meg.

A számológép a négy alpműveletet elvégzésére képes.



# Pascal számológépe

1642 Blaise Pascal apja számára, aki adóbeszedő volt, számológépet készített.

Működése 10 és egyfogú fogaskerekek összekapcsolódásán alapul.

Sorozatgyártásban is készül.



1672 G. W. Leibniz (1646-1716) mechanikus számológépe. Ezzel már gyököket is lehetett vonni.

A gép alapelve a változó foghosszúságú bordástengely.

1666-ban bebizonyítja, hogy egy számolási művelet egymás után elvégezhető egyszerű lépések sorozatára bontható.

1679: kettes számrendszer



# Mechanikus számológépeket egészen a 20. sz. közepéig használnak

Mechanikus számológép az 1950-es évekből



## Charles Babbage (1792-1871)

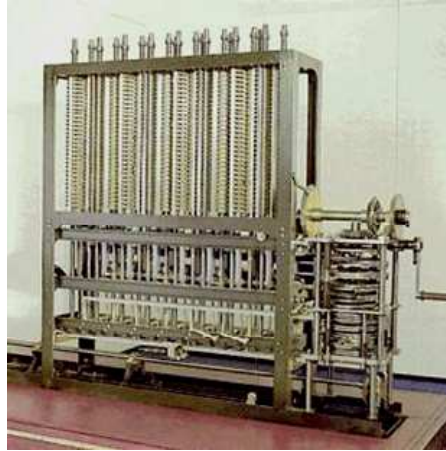
Az első lyukkártyás programot használó, memóriával rendelkező mechanikus számítógép megtervezője.



# Babbage 1822-ben tervezett differencia gépe (*Difference Engine*)

Magasabbrendű polinomok értékét is kiszámolja, logaritmus táblázatok gyors elkészítését teszi lehetővé.

1853-ban készítik el, és egészen 1940-ig használják matematikai táblázatok készítéséhez.



## 1833: *Analytical Engine* (*analitikus gép*) terve

- Babbage a kormánytól kapott 17e font előleget (17 gőzmozdony ára!) és saját tőkéből is ráköltött 20e fontot, de a kormány később eredmények híján megvonta a támogatását. ("Mi lenne, ha a gépet arra használnánk, hogy számolja ki, mikor fog működni?" - élcelődött a miniszterelnök.)
- Haláláig e gépen dolgozott, ám a kor finommechanikai lehetőségeivel nem lehetett elkészíteni. Ha megépül, egy futballpálya területet foglal el, öt gőzgép működteti!
- A gépe adatbeviteli, eredmény-kiviteli egységből, számoló-műből és 200 részeredmény tárolására alkalmas memóriából állt volna (1000 db 50 fogaskeres oszloppal!). Lyukkártyákról olvasta volna be az információkat és azok vezérelték volna a számítási folyamatokat is. Megjelent a feltételes vezérlés-átadás ötlete: egy szám előjelétől függően a gép kétféleképp folytatta volna működését.

A tervek szerint két ötvenjegyű szám összeadásához 1 mp, szorzásához 1 perc lett volna szükséges.

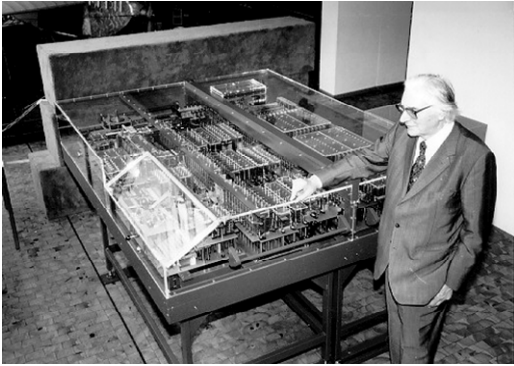
Ada Augusta matematikusnő, Lovelace grófnője, Lord Byron leánya írta róla: *“az analitikus gép algebrai mintákat sző, éppúgy, mint a Jacquard szövőszék virágokat és leveleket”*. A számítógép *“mindent meg tud tenni, aminek meg tudjuk adni az utasításait”*.

## Ada Augusta a digitális számológép másik feltalálója



Babbage munkatársa lett. Ada javasolta, hogy ne 10-es, hanem bináris formában tárolja a számokat. Ő találta ki, hogy hogyan lehetne a géppel egy utasítás-sorozatot többször végrehajtani (szubrutin). Róla nevezték el az Ada programnyelvet.

# 1936 az első programozható elektro- mechanikus számológép: a Z1 Konrad Zuse készítette

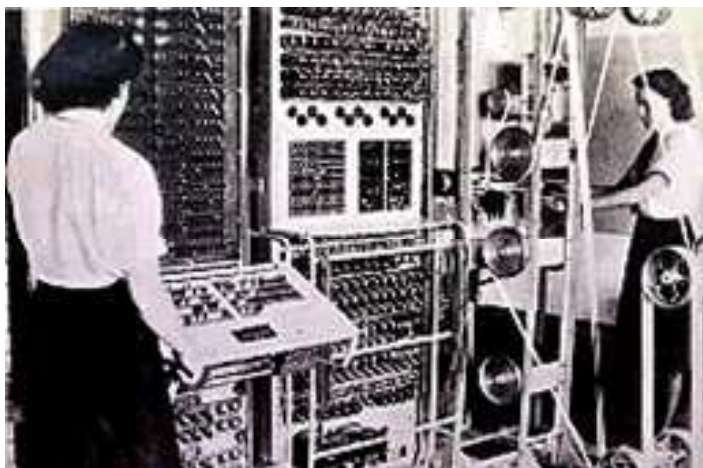


- 1936 Alan Turing megmutatja, hogy az olyan gép, amely el tud végezni néhány alapvető műveletet, bármilyen véges matematikai és logikai problémát meg tud oldani. Ezzel precízen megfogalmazza az univerzális számítógép alapelveit.
- 1939 Vincent Atanasoff és Clifford Berry csak elektronikus egységekből álló, digitális számítógépe, az ABC.
- Ez az első igazi számítógép.

1940-es évek: analóg számológépek,  
melyek numerikus egyenletek megoldásait  
ki tudták számítani.

1943 az angol titkosszolgálat A. Turing  
vezetésével megépíti a relés elven  
működő Colossust: a gép a német katonai  
rejtjelezőkód megfejtését segítette.

## A Colossus



# Információelmélet

C. Shannon: az információ mennyiségi dimenziójának megadása, azaz mérhetővé tétele.

***Az információ egysége két, egyformán valószínű alternatíva közti döntés (Igen vagy Nem).***

N. Wiener: Az információ mértéke a rend mértéke, negatívja a rendezetlenség mértéke. Mivel ez utóbbi a statisztikus mechanikában az entrópia →

**Az információ az entrópia ellentéte.**

A termodinamika 2. főtétele információs nyelven:  
Zárt rendszerben természetes körülmények között információ veszhet el, de sohasem szaporodhat.

Wiener: Egy bizonyos valószínűségű esemény szolgáltatott információ mennyisége a valószínűség negatív logaritmus.



# Neumann elv

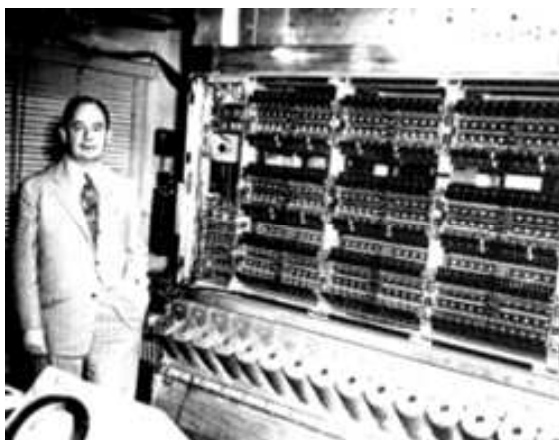
1946 Neumann János kidolgozza a számítógépek felépítésének manapság legelterjedtebb alapelveit:

Bináris aritmetika – egyrészt kiemeli az aritmetikai és a logikai gépek azonosságát, másrészt a bináris műveletek egyszerűen megvalósíthatóak elektromos áramkörökkel.

Fontos, hogy gép menetközben módosítani tudja az utasításait.

**A gépben a programot és az adatokat is ugyanolyan formában kell tárolni.**

Neumann irányítja az 1952-ben üzembe helyezett EDVAC megépítését, amely már a memóriában tárolja a programot.



1945 Thomas Watson, az IBM elnöke: *“Úgy gondoljuk, a világpiacon talán öt darab számítógépet tudnánk eladni.”*

50-es évek jóslata: az ezredfordulóra az USA valamennyi gépesíthető számítási feladatának elvégzéséhez elég lesz néhány (legfeljebb tucatnyi) elektronikus számítógép.

Ugyanekkor a szakemberek a számítógépeket az egyetemeken működő, ill. kormánymegrendelésre dolgozó kevés tudós segédeszközének tekintik, amik főképp tudományos jellegű problémák megoldására alkalmazhatók.

1977 az egyik legnagyobb számítógépgyártó vállalat (Digital Equipment Corporation) alapító-igazgatója, Ken Olsen: *“Nincs semmi ok, amiért bárki is számítógépet akarna vásárolni az otthonába.”*

Az első kereskedelmi elektronikus számítógépet (UNIVAC I) az USA Népszámlálási Hivatala építtette 1951-ben, 1952-ben az elnökválasztás eredményének előrejelzésére használták.

Az 50-es évektől a számítógép elengedhetetlen eszköze a tudományos fejlődésnek: modellalkotó, szemléltető, kísérletező terep, adathalmazok kiértékelésére szolgáló segédeszköz.

# **Káoszelmélet**

## **1960-as évektől napjainkig**

A XX. század negyedik tudományos forradalma

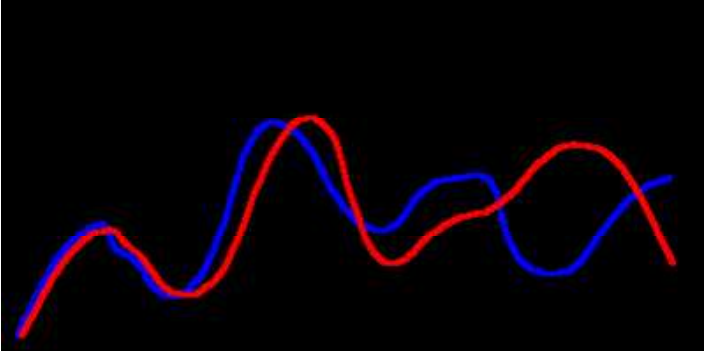
## **1960 Edward Lorenz időjárás szimulációja**

Kiinduló feltevés: az időjárás sok apró determinisztikus folyamat összegződése → a számítógéppel felfegyverzett Laplace démon behatolhat az időjárás területére, azaz tetszőleges pontossággal tetszőleges távra időjárás előrejelzést lehet adni.

A program néhány, a hőmérséklet-nyomás, a nyomás-szélesség viszonyát leíró egyenlet. Bár a szimulált időjárás változatos, a számítógép minden adatot az előzőből számol (6 jegy pontossággal) → ugyanazokra a kezdeti feltételekre mindig ugyanazokat az eredményeket adja.

A „baleset”: egy ciklus végének újrafuttatása  
3 jegy pontossággal begépett részeredményekkel.

A 3 ezrelék alatti (!) kerekítés hatása:  
rohamosan növekvő eltérés az eredeti ciklustól.



## Tanulságok:

1. Egyszerű köznapi formulák nagyon bonyolult viselkedésű folyamatokat írhatnak le

↔ klasszikus tudomány (bonyolult viselkedéshez bonyolult formulák tartoznak).

2. Nem igaz, hogy a kis hatások elhanyagolhatók. Nem igaz mindig, hogy megközelítően pontos bemeneteből megközelítően pontos kimenetek származnak  $\leftrightarrow$  klasszikus tudomány.

Nemlineáris rendszerekben **kis kezdeti eltérések tetszőlegesen nagy eltéréseket okozhatnak** (pl. ha a célbalövés nemlineáris volna, kis félrecélzással akár magamat is eltalálhatnám...). Ez a **pillangó hatás** avagy az **érzékenység a kezdeti feltételekre**.

## lineáris $\leftrightarrow$ nemlineáris

**Lineáris: a) bemeneti jellel arányos kimeneti jel**

Pl. Minél édesebb a must, annál jobb a bor. Több pénz, nagyobb boldogság.

**b) az egész egyenlő a részek összegződésével**

Pl. a newtoni szuperpozíció elv: ha egy testre egyszerre több erő hat, az erőhatások egymástól függetlenül adódnak össze.

## **Nemlineáris: a) a kimeneti jel nem áll arányban a bemenetivel**

Pl. „Egy szög miatt a patkó elveszett;  
A patkó miatt a ló elveszett;  
A ló miatt a lovas elveszett;  
A lovas miatt a csata elveszett;  
A csata miatt az ország elveszett!”

## **b) az egész több, mint a részek összegződése**

Pl. liszt, tojás, vaj, vanília, víz, hő < torta; H<sub>2</sub>O < víz;

## **c) a rendszer szabályozása visszacsatolásos:**

**jelen állapota befolyásolja azokat a szabályszerűségeket, amiktől jövőbeli állapota függ**

Pl. Gerjedés; A vízben gyorsított test mozgásánál a súrlódás nem független tényező a sebességtől (↔ szuperpozíció elv): a súrlódás nő, ha nő a sebesség → súrlódás lassítja a sebességet → csökken a súrlódás → nő a sebesség →

# Kaotikus rendszer: nemlineáris dinamikai rendszer

A determinisztikus folyamatok összegződése olyan bonyolult, hogy a végeredmény semmilyen észlelhető törvényszerűséget nem mutat:

sem egészében, sem részében **nem periodikus**.

Ekkor a rendszer viselkedésére nincs gyorsabb előrejelzésünk, mint a pusztta megfigyelése.

Kaotikus: nem szabálytalan (van szabálya), hanem nemlineáris szabályok által irányított.

## Lorenz-féle vízikerék

A vízikerék tengelye felett egyenletesen víz ömlik a kerékre (az épp felül levő edény töltődik). Az edények alja lyukas (a kifolyó víz nem az alatta levőkbe folyik).

1. Ha a víz lassan ömlik be, az edény kiürül, mielőtt a kerék megindulhatna.
2. Növelve a beömlés mennyiségét a felső edény annyira megtelik, hogy a kerék forgásnak indul (ami állandósulhat).
3. Növelve a beömlést, a kerék forgási sebessége akkorára nőhet, hogy már nincs elég idő az edények kiürüléséhez. Ekkor a forgás szabálytalanná, kaotikussá válik, a forgásirány is többször megfordul.

$$dx/dt = 10(y-x)$$

$$dy/dt = -xz + 28x - y$$

$$dz/dt = xy - (8/3)z$$

A változók: időegység alatt bejutó vízmennyiség, kifolyó vízmennyiség, vízikerek szögsebessége. Mindegyik függ a másik kettőtől.

$(x, y, z)$  pont mozgó ábrázolása  $t$  függvényében: lokalizált, aperiodikus, végtelen bolyongás két térfélen.

"Mindig határok között maradt, sosem futott ki a lapról, mégsem ismételte önmagát."



**Attraktor** (ang. attract = vonz, attractive = vonzó) = vonzó tartomány, vonzáskör.

Egy rendszer azon állapotai, amelyekben ideiglenes egyensúlyban van (melyek a rendszer fejlődését maguk felé vonzzák)

Pl. inga, vízikerék, stb.

## Mandelbrot halmaz

- Egyszerű képlettel megadható halmaz a  $\mathbb{C}$  komplex síkon
- Sok pontról nem tudjuk előre megmondani, hogy eleme-e a halmaznak vagy sem
- Bármely halmazbeli pont mellett tetszőleges közelségben van nem a halmazhoz tartozó pont
- A Mandelbrot halmaz így „kiszámíthatatlan”, „megjósolhatatlan” viselkedésű, „kaotikus”.
- Mégsem homogén káosz

# A halmaz megadása

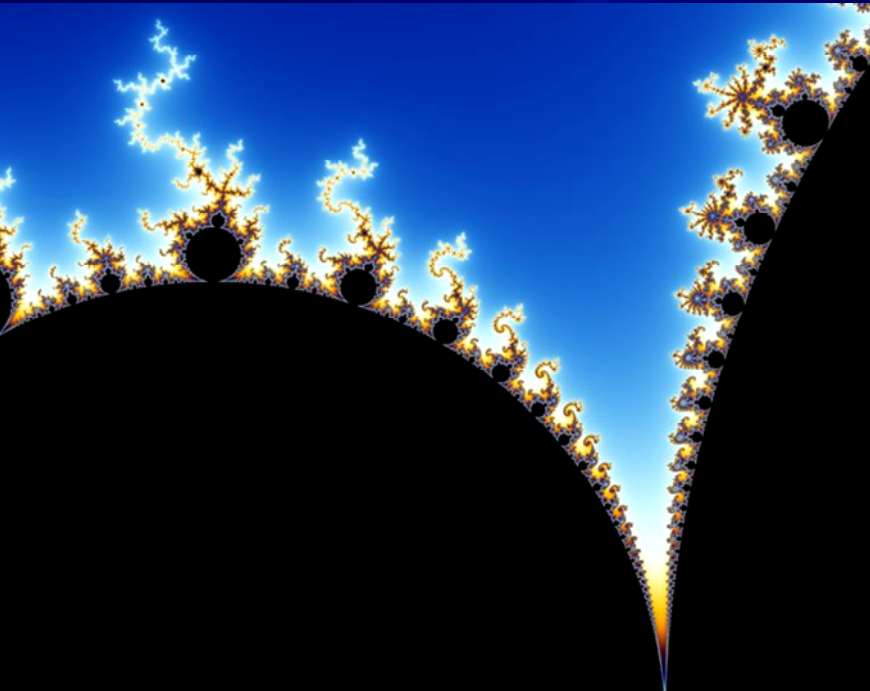
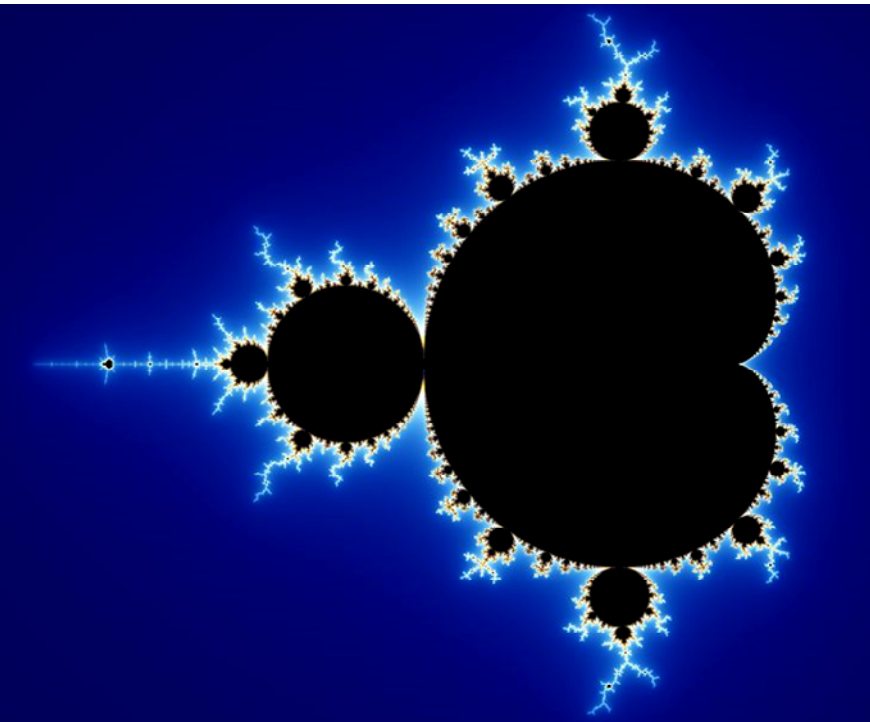
Egyszerű rekurzív képlet (+ nagy számolókapacitás) → végtelen bonyolultság

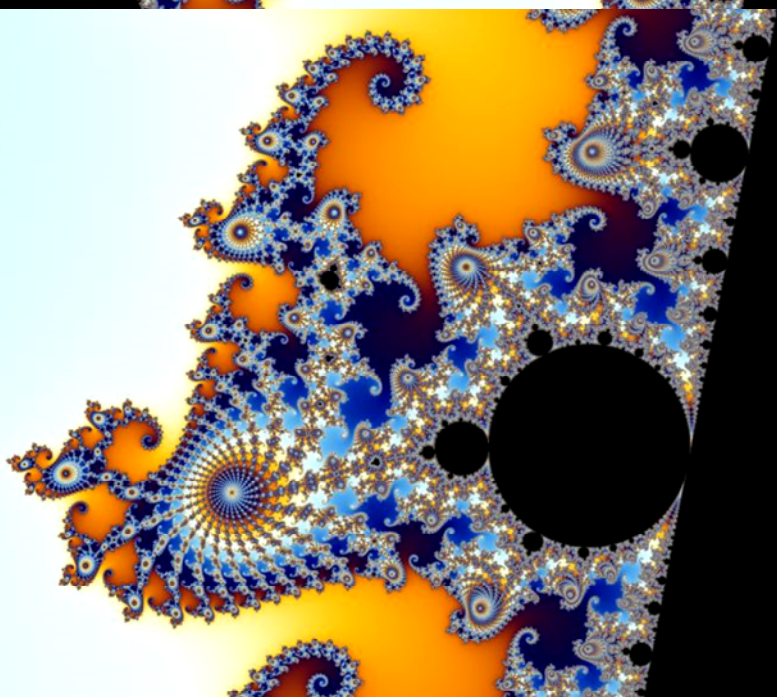
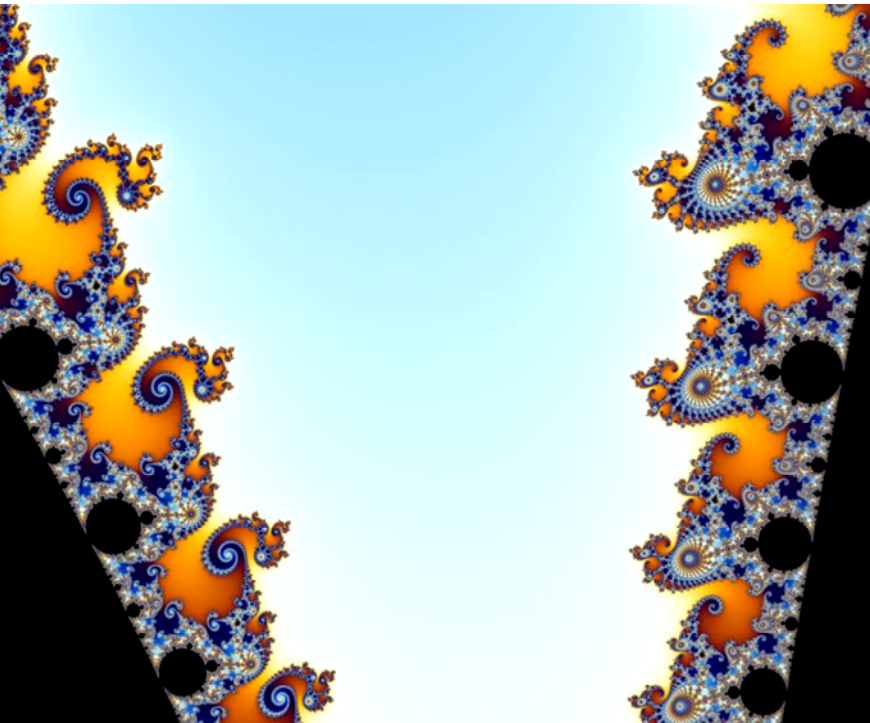
$$Z_0 := C$$

$$Z_{i+1} := Z_i^2 + C$$

Komplex síkon  $C$  nem eleme a halmaznak, ha  $i \rightarrow \infty$  esetén  $Z_i \rightarrow \infty$  (vagyis ha  $C$  a visszacsatolástól „begerjed”), máskülönben (ha nem gerjed) eleme a halmaznak.

Minél több  $C$  számra és minél nagyobb  $i$ -re számolja ki a számítógép az eredményt, annál nagyobb lesz a kép és a kép felbontása.





# Rövid tudománytörténet- történet

## **17. századi karteziánus tudományfelfogás:**

A racionalitás ellentéte a históriának (→ érzék-szervi megismerés). Az észérvek, levezetések érvényessége független a történetiségtől.

A rációnak nincs története → az igaz tudománynak  
nincs története → a tudománytörténet felesleges

A 18. században megjelennek az első diszciplína-történeti munkák (pl. Jean Etienne Montucla matematikatörténete, Joseph Priestley optika és elektromosságban története).

Ám a Felvilágosodás (Denis Diderot, Condorcet) tudomány szemlélete alapvetően ahistorikus marad: a babonák alóli felszabadulás a 17. századdal, Galileivel és Newtonnal kezdődik, s ami előtte volt az puszta spekuláció. A tudomány az emberi haladás motorja, az univerzális közjó megvalósítója, az igazság feltárója.

### **19. sz. első fele: a tudományfejlődés kumulatív felfogása.**

Eszerint a tudomány haladása az ismeretek egyszerű bővülése, felhalmozódása. Az elért eredménytől az újabb eredményig vezető út - utólag visszatekintve - logikus, ám a felfedező tudóstól a maga korában különleges invenciót igényel. (lat. kumuláció = halmozódás)

### **19. sz. második fele: doxografikus tudománytörténet-írás.**

A tudományos eredmények és felfedezőik, a nagy tudósok egymást követő sorának a bemutatása, tudósportrék felvázolása. (gör. doxográfia = nézetek, vélemények gyűjteménye)

A tudománytörténet-írás csak a 20. században válik akadémiai diszciplínává.

Az első tudománytörténet tanszéket Auguste Comte javaslatára 1892-ben alapítják meg a College de France-ban.

Az első tudománytörténész-kongresszust 1900-ban tartották.

## Néhány 20. századi tényező

- Bécsi Kör (20. sz. első harmada): megteremteni a tudományos praxis filozófiai segédtudományát, ezzel együtt felszámolni a hagyományos filozófiát.
- Fenomenológia tudománykritikája. E. Husserl: Az európai tudományok válsága (1936): az újkori tudomány fejlődése közben elvesztette az értelmét. Mit jelent az, amit a tudomány csinál? → Heidegger, Merleau-Ponty stb.: „a tudomány nem gondolkodik”, „manipulálja a természetet”, az isteni szemlélő – objektív tárgy megkülönböztetésének naiv ontológiájának talaján áll.

## **T. Kuhn: A tudományos forradalmak szerkezete (1962)**

### **Új modell a tudomány fejlődésére:**

Normál tudomány – tudományos forradalom

A forradalom diszkontinuitást teremt

Összemérhetetlen paradigmák (látásmódok, Gestaltok)

Rivális elméletek: ki nyer? Nem a jobb, nem az

igazabb, nem az, amelyiket jobban megerősíti a

megfigyelés – hanem az, amelyiket a tudósközösség

többsége elfogadja (ebben tehát mindig van egy

kontingens mozzanat).

### **Néhány kérdés**

**a 20. századi tudománytörténetből**



# externalizmus-internalizmus vita

**Externalizmus:** a tudomány módszereinek és eredményeinek létrejöttében történelmi-társadalmi tényezők is befolyásoló szerepet játszanak (Karl Mannheim, David Bloor stb.) ↔

**Internalizmus:** a tudomány a valóság hű és torzításmentes képének előállítója, igazságtartalma mentes minden társadalmi befolyástól (Bécsi Kör, stb).

## Történetiség vagy logika?

A felfedezések, eredmények, gondolatok logikus egymásra következése-e a kifejtés elve, vagy a történeti-kronológia? Milyen a racionális rekonstrukció legitimitása?

Lakatos Imre (1971): a tudománytörténész az írása főszövegében kell adja a tárgyalt téma racionális rekonstrukcióját (a tudományos probléma logikai összefüggésrendszerét), és lábjegyzetben közli a tényleges történeti sorrendet.

# Mi tartozik a "tudománytörténet" tárgykörébe?

Bécsi Kör pozitivistái, majd Karl Popper: demarkáció problematika, vagyis a tudomány és a tudománytalan (áltudomány) elhatárolásának kérdése. Pl. a 20. sz. elejéig magától értetődő, hogy az asztrológia, az alkímia, a hermetista természetfelfogás nem tarthat számot a tudománytörténészek érdeklődésére. Ma már: miért a mi, vagyis egy későbbi kor racionalitás-kritériumával kellene megítélni egy korábbi kor mentalitását?

20. sz.: a középkori nagy skolasztikus természet-filozófusok rehabilitálása, az antik és középkori hermetista alkímia kutatása, a reneszánsz hermetizmus szerepének kimutatása az újkori modern tudomány kialakulásában (F. Yates, 1967)

## A racionalitás történetiségének problémája

A történetietlen kartéziánus racionalitás-felfogás  
↔ Thomas Kuhn-féle tudományfejlődés-elmélet (1962): különböző racionalitás-típusok vannak, és ezek kritériumai nem feltétlenül vetíthetők egy skálára.

# Folytonosság vagy ugrás?

A 19. századi nagy tudománytörténészek (Mill, Mach, Duhem) **lineáris progresszióként** láttatták a természet-megismerés folyamatát ↔

**Kuhn (1962) a tudomány története diszkontinuus** folyamat, amelyben az egymást követő, tudományos "forradalmak" által elválasztott korok jellemző paradig-máiban folytatott normál tudományos tevékenység eredményei nem illeszkednek semmiféle fejlődési sorba. A newtoni fizika nem "jobb" vagy "igazabb" vagy "hűségesebb" képe a világnak, mint az arisztotelészi, csupán más elvárásoknak tesz eleget, más (például technikai) célokra használható.

## Gábor Dénes (1900-1979)

1924 mérnöki diploma Berlinben.

1927 doktori értekezés a katódsugárcsőről. Ezután a Siemens kutatólaboratóriumában dolgozik Németországban. A náci hatalomátvétel után hazatér Magyarországra.

1933-1934 az Egyesült Izzó kutatólaboratóriumában a gázkisülés fizikájával foglalkozik.

1934 letelepül Angliában. 1934-1948 a British Thomson-Houston Társaság laboratóriumában dolgozik.

**1947 itt találja fel a holográfiát**, mely a 60-as évektől, a lézer felfedezésétől terjed el.

1956-tól a Royal Society a tagja.

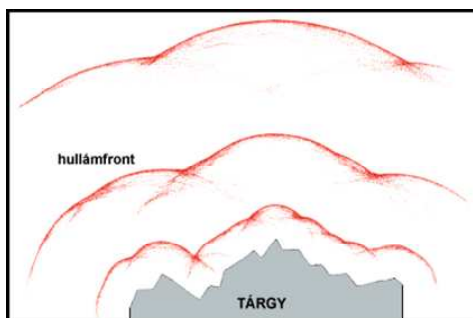
1971 fizikai Nobel-díj a holográfiáért

1974 súlyos agyvérzés. 1979-ben hunyt el Londonban.

# A holográfia elve

A holográfia térhatású képrögzítés. A hagyományos fényképezés a tárgyról jövő fény intenzitása (a fényhullám amplitúdója) szerint képezi le a tárgyat. Ez független a fényhullám másik jellemzőjétől, a fázistól, a hullám rezgésállapotától. Minden információ, amit a fázis hordoz elvész. A holográfia az intenzitás mellett a hullám fázisát is rögzíti a hologram lemezen.

Az első hologram 1961-ben készült, a lézer megjelenése után. Addig nem állt rendelkezésre olyan fényforrás, amely az interferencia előállításához szükséges koherenciát biztosítani tudta volna.



Ha megvilágítunk egy tárgyat, annak minden egyes pontja másodlagos hullámforrássá válik: gömbhullámok indulnak ki belőle (Huygens-elv). A tárgytól elég kis távolságban adott pillanatban az egyes elemi hullámok hullámfrontjai az őket keltő másodlagos forrásoktól azonos távolságra helyezkednek el, vagyis **az összes elemi hullámot burkoló eredő hullámfront a tárgy alakjához hasonló.**

A holográfia elve: ha egy eljárással sikerül a tárgyról kiinduló hullámot egy adott helyen rögzíteni, és később újra aktiválni, a hullám ugyanúgy halad tovább, mint azelőtt, és ugyanolyan vizuális érzetet okoz, mintha a tárgy keltené, noha az már nincs mögötte.

## LÉZER

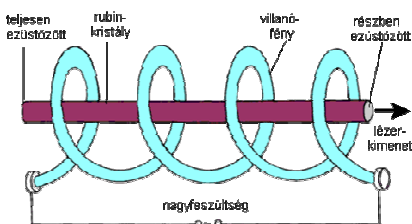
Speciális fényforrás: **L**ight **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation

röv. LASER → magyarul LÉZER:

Elektromágneses rezgéskeltésen alapuló felerősített fénykibocsátás.

Lehetőségét már Einstein megjósolta 1917-ben. Az első lézert az amerikai Theodore H. Maiman fejlesztette ki 1960-ban.

A prototípus anyaga: metastabil (szennyezett) rubinkristály, amit egy villanólámpa fénye gerjeszt. A kristály két végén egy féligáteresztő ill. egy visszaverő tükorréteg van.



A gerjesztett kristályban fény keletkezik, amely a kristály két végéről sokszor visszaverődve ide-oda cikázik. Mivel a rubin oldalán nincsen tükör, csak azok a sugarak maradnak meg a rendszerben, amelyek párhuzamosak a kristály hossz tengelyével.

Amikor a fény energiája meghaladja azt a mértéket, amellyel már ki tud lépni a féligáteresztő tükrön, a lézer világítani kezd.

Az elrendezés geometriája miatt a kilépő fény szigorúan párhuzamos nyalábokból áll, a lézersugár divergenciája elhanyagolhatóan kicsi (koherens nyaláb).

# A lézerefény tulajdonságai

- A lézersugár olyan elektromágneses hullám, amely közel egyetlen hullámhosszú összetevőből áll. Ezért a lézerek fénye egyszínű
- A létrejött fény időben és térben koherens, a lézer által kibocsátott hullámok fázisa a sugár minden keresztmetszeténél azonos
- A lézernyaláb vékony, nagyon kis széttartású nyaláb, nagyrészt párhuzamos fénysugarakból áll, nagyon kis szóródási szöggel. Így szűk sugárban nagy energia-sűrűség érhető el a fény által megtett távolságtól függetlenül.
- A lézerek energiája kis térrészben koncentrálódik, teljesítménysűrűsége szokásos fényforrások sokszorosa
- A lézer által kibocsátott hullámok mágneses mezejének iránya állandó

## Hullámhossz és szín

### Hullámhossz

625–740 nm

590–625 nm

565–590 nm

500–565 nm

485–500 nm

440–485 nm

380–440 nm

### Lézerefény színe

- Piros

- Narancs

- Sárga

- Zöld

- Türkiz

- Kék

- Lila

# Alkalmazások

Orvosi vágó-égető  
eszköz:

Pl. vesekő szétzúzása



## Digitális információátvitel

Digitális információátvitel: CD vagy DVD lemez.  
Egy CD-n kb. 5 km hosszú lejátszósáv van,  
amit lézersugár éget be a lemezbe.

Az 1 és 0 digitális jeleket dudorok és sima felületek  
különbsége alkotja.

